Modélisation d'une ligne de transmission homogène

Etude et Modélisation de supports de transmission d'informations : lignes de transmission

➔ propagation guidée

- Définitions
- Modélisation des lignes de transmission sans pertes à l'aide d'un circuit électrique
- Prise en compte de faibles pertes dans le modèle
- Equations des télégraphistes

ensil
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

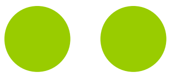
Définitions

<u>Ligne</u> : ensemble de conducteurs qui permettent de joindre un générateur (émetteur) à une utilisation quelconque appelée charge (récepteur)

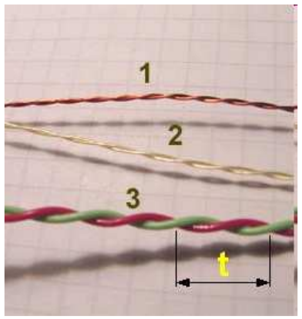
<u>Ligne homogène</u> : ligne dont toutes les sections transversales sont identiques

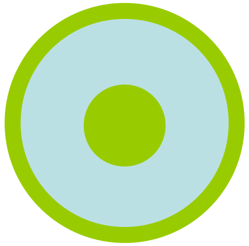
Dans ce cours ➔ étude de lignes **<u>homogènes</u>** à **<u>deux conducteurs</u>**

Exemples :



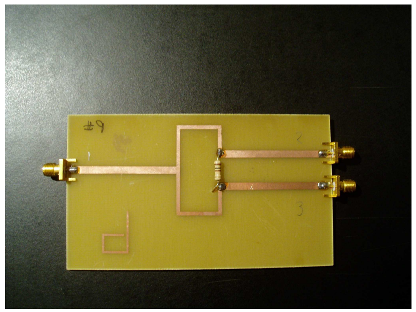
Ligne bifilaire





Ligne coaxiale

Ligne microruban
(microstrip)



Métal

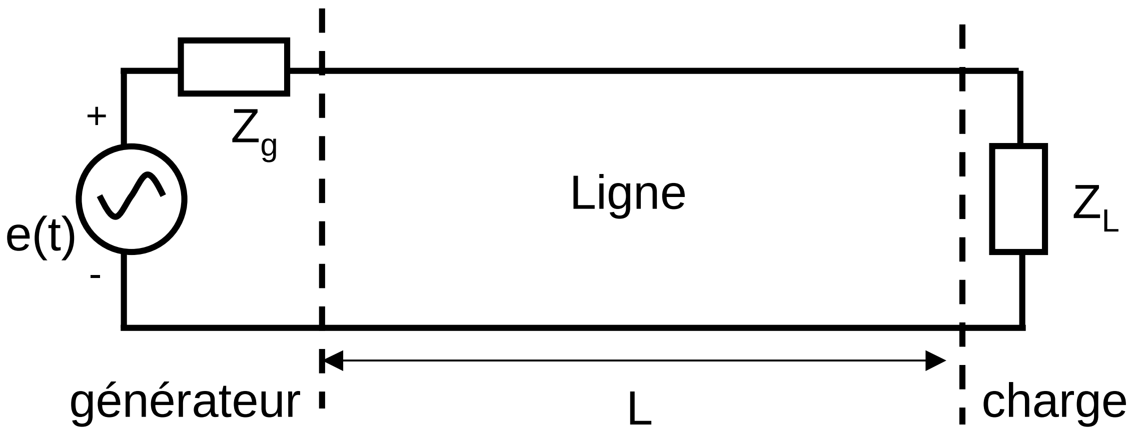
Diélectrique

Définitions

Longueur d'onde guidée ➔ même ordre de grandeur que les dimensions des lignes

Les grandeurs (tensions, courants, champs électromagnétiques) dépendent **du temps** (t) et de la **position** sur l'axe de propagation (z).

➔ dépendance temporelle et spatiale



Comment caractériser la propagation le long de la ligne ?
Quels sont les tensions et courants aux bornes de Z_L ?

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

Définitions

Comment caractériser la propagation le long de la ligne ?
Quels sont les tensions et courants aux bornes de Z_L ?

Pour répondre à ces questions ➔ deux méthodes complémentaires

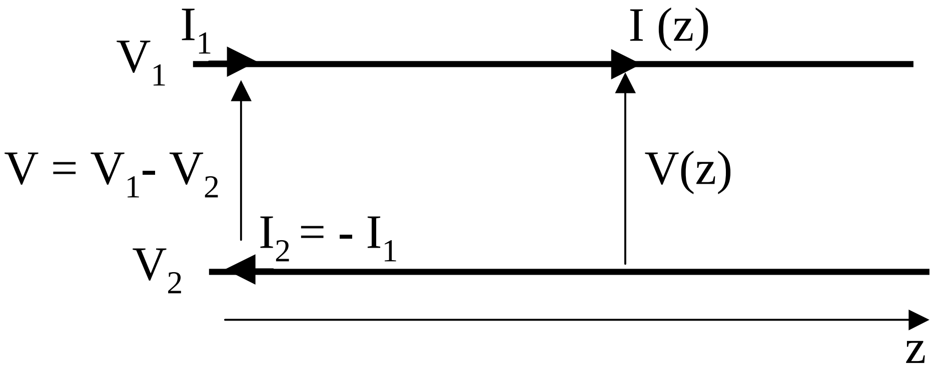
- Théorie des champs développée à partir des équations de Maxwell
  - Rigoureuse mais pas toujours simple à appliquer
  - Permet d'établir la seconde théorie

- Théorie des circuits : modélisation de la propagation le long de la ligne par construction d'un schéma équivalent (selfs, capacités, résistances)
  - Analyse simple

Ces deux théories sont étroitement liées

Définitions

Le calcul électromagnétique (équations de Maxwell) conduit à :



$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} = -j\omega \frac{Z_C}{v} I(z) \qquad \text{(éq.1)}$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} = -j\omega \frac{1}{Z_C v} V(z) \qquad \text{(éq.2)}$$

$V(z)$: tension en z
$I(z)$: courant en z
ω : pulsation
v : vitesse de l'onde
Z_c : impédance caractéristique

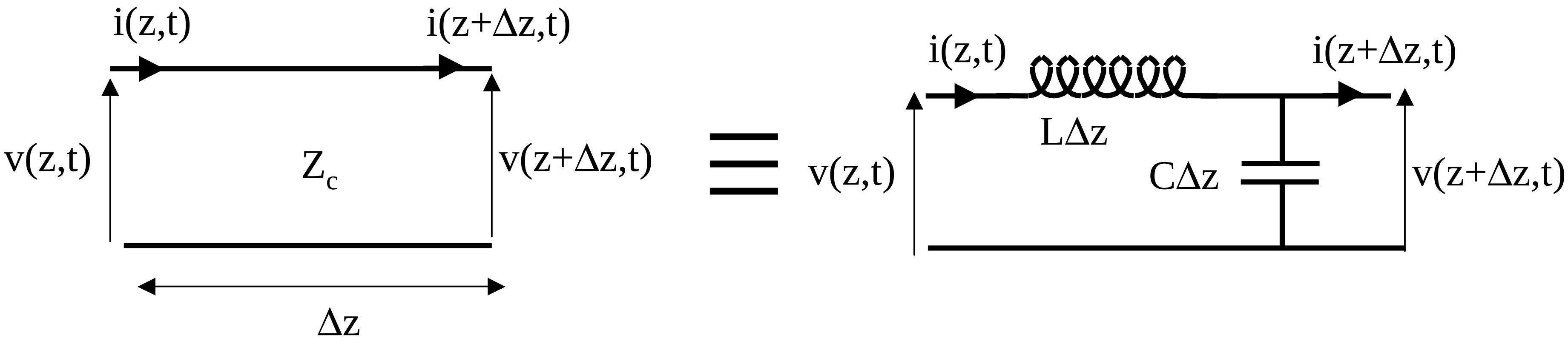
$$Z_C = \frac{V_1 - V_2}{I_1}$$

Impédance équivalente d'une ligne infiniment longue ou impédance aux bornes d'une ligne terminée par Z_c

Principe de la modélisation : trouver un circuit électrique satisfaisant ces équations

Modélisation des lignes de transmission sans pertes à l'aide d'un circuit électrique

On considère un petit tronçon de ligne Δz (Δz infiniment petit) :



Loi des mailles :

$$v(z,t) - v(z+\Delta z,t) = L\Delta z \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

Loi des noeuds :

$$i(z,t) - i(z+\Delta z,t) = C\Delta z \frac{\partial v(z+\Delta z,t)}{\partial t}$$

Développement en série de Taylor limité au 1er ordre

$$f(z+\Delta z) = f(z) + \Delta z \frac{\partial f(z)}{\partial z}$$

Conservation uniquement des termes du 1er ordre

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

Modélisation des lignes de transmission sans pertes à l'aide d'un circuit électrique

Loi des mailles :

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = -L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

Loi des noeuds :

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -C\frac{\partial v(z,t)}{\partial t}$$

En régime harmonique :

$$\underline{V}(z,t) = \underline{V}(z)e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad \underline{I}(z,t) = \underline{I}(z)e^{j\omega t}$$

Loi des mailles :

$$\frac{\partial \underline{V}(z)}{\partial z} = -jL\omega\underline{I}(z) \qquad \text{(éq.3)}$$

Loi des noeuds :

$$\frac{\partial \underline{I}(z)}{\partial z} = -jC\omega\underline{V}(z) \qquad \text{(éq.4)}$$

éq.1 ⇔ éq.3 ➔ $L = Z_c / v$

éq.2 ⇔ éq.4 ➔ $C = 1 / Z_c\, v$

➔ Equivalence entre les deux théories

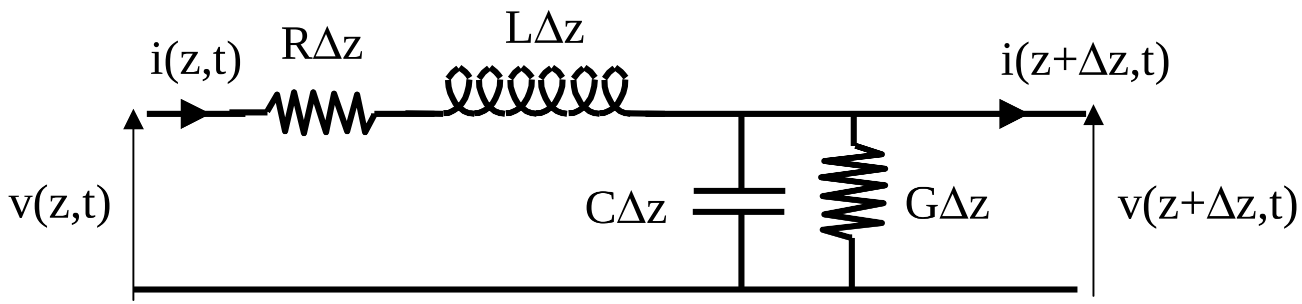
Le calcul électromagnétique permet de calculer Z_c et donc L et C

Prise en compte de faibles pertes dans le modèle

Origine des pertes :

- pertes métalliques
- pertes diélectriques
- pertes par rayonnement (cas des lignes non blindées)

Modélisation :



Pour un support de propagation donné, les paramètres L, C, R et G peuvent être déterminés par la théorie des champs ou à partir de mesures

$$\boxed{\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = -L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} - R\, i(z,t)} \text{ (a)}$$

$$\boxed{\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -C\frac{\partial v(z,t)}{\partial t} - G\, v(z,t)} \text{ (b)}$$

Equations générales des lignes
(écrites en négligeant les termes du second ordre)

Equations des télégraphistes

- Equations générales des lignes (a) et (b)
- En dérivant (a) et (b) par rapport à z ➔ (c) et (d)
- En dérivant (a) et (b) par rapport à t ➔ (e) et (f)

(c), (f) et (b) ➔ $$\frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial z^2} = LC\frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} + (LG+RC)\frac{\partial v(z,t)}{\partial t} + RG\ v(z,t)$$

(d), (e) et (a) ➔ $$\frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z^2} = LC\frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t^2} + (LG+RC)\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} + RG\ i(z,t)$$

Equations qui donnent l'évolution du courant et de la tension en fonction du temps le long de la ligne

Dans le cas sans pertes (lignes idéales) : R = 0 et G = 0