

TD n° 2 de Macroéconomie

Les taux de croissance

Licence AES AGE,AGT,CAI, semestre 5

Faculté de Droit et des Sciences Économiques de Limoges

Exercice 1 :

La TABLE 1 donne le PIB en France entre 2000 et 2010 en volume au prix de 2005 (Source INSEE comptes nationaux).

Année	PIB	$\gamma_{t-1/t}$
2000	1586,6	—
2001	1615,7	
2002	1630,7	
2003	1645,4	
2004	1687,2	
2005	1718	
2006	1760,4	
2007	1800,7	
2008	1799,2	
2009	1750,1	
2010	1776	
2011	1801,6	

TABLE 1 – PIB en France entre 2000 et 2010 (en volume au prix de 2005).

Questions :

1. Calculer le taux de croissance du PIB entre n et $n + 1$ en complétant la dernière colonne du tableau.
2. Comment calculer le PIB en 2011 en utilisant le PIB de 2006 et les taux de croissance obtenus ?
3. Calculer le taux de croissance entre 2000 et 2011. En déduire le taux de croissance annuel moyen entre 2000 et 2011.

Exercice 2 :

La TABLE 2 sont des estimations établies par Angus Maddison.

Date	Population (en millions)	PIB par tête (en \$ int. de 1990)	PIB total (en milliards de \$ int. de 1990)
0	225	467	105
1000	268	453	121
1500	438	566	247
1820	1041	666	694
2008	6694	7614	50900

TABLE 2 – Source : A. Maddison, The World Economy.

Questions :

1. Calculer le taux de croissance annuel moyen de la population, du PIB par tête et du PIB entre 0 et 1000 ; entre 1000 et 1500 ; entre 1500 1820 ; entre 1820 et 2008. Que constatez-vous concernant la croissance du PIB ?
2. Quelle relation pouvez-vous établir entre ces 3 taux ? Démontrez cette relation.

Exercice 3 :

La TABLE 3 donne un taux de croissance annuel moyen sur la période 1990-2008 ainsi que le PIB par tête en 2008 en dollars internationaux constants.

	USA	France	Chine	Zambie
γ_{AM} sur la période 90/08	1,64%	1,28%	7,11%	0,26%
PIB par tête en 2008	31 178	22223	6725	800

TABLE 3 – Source : A. Maddison, The World Economy.

Questions :

1. Si le taux de croissance de la Chine se maintient au taux de croissance annuel moyen de la période 1990-2008 et partant de son PIB par tête de 2008 (6725), dans combien d'années aura-t-elle atteint le niveau de PIB par tête de 2008 des USA (31178) ?
2. A cette date, quel sera le PIB par tête de la France si son taux de croissance se maintient à celui de la période 1990-2008 ? Même question pour les USA.
3. Si la Zambie veut multiplier par 10 son PIB par tête de 2008 d'ici à 2030, quel devrait être son taux de croissance annuel moyen sur cette période ?
4. Quel sera le PIB par tête de la Zambie en 2030 si son taux se maintient à celui de 1990-2008 ?

Correction exercice 1 :

Le but de cet exercice est de comprendre comment on détermine un taux de croissance, comment on peut déterminer un PIB à partir d'un autre PIB et des taux de croissance successifs et enfin de déterminer un taux de croissance annuel moyen.

Question 1 :

Pour calculer des taux de croissance d'année en année, on utilise :

$$\gamma_{PIB_{n/n+1}} = \frac{PIB_{n+1} - PIB_n}{PIB_n}$$

On trouve donc :

Année	PIB	$\gamma_{t-1/t}$
2000	1586,6	—
2001	1615,7	1,83%
2002	1630,7	0,93%
2003	1645,4	0,90%
2004	1687,2	2,54%
2005	1718	1,83%
2006	1760,4	2,47%
2007	1800,7	2,29%
2008	1799,2	-0,08%
2009	1750,1	-2,73%
2010	1776	1,48%
2011	1801,6	1,44%

TABLE 4 – PIB en France entre 2000 et 2010 (en volume au prix de 2005).

Question 2 :

Pour calculer le PIB de 2011 en utilisant le PIB de 2006 et les taux de croissance, il suffit de remarquer que :

$$PIB_{2011} = (1 + \gamma_{PIB_{2010/2011}})PIB_{2010}$$

mais comme :

$$PIB_{2010} = (1 + \gamma_{PIB_{2009/2010}})PIB_{2009}$$

Donc :

$$PIB_{2011} = (1 + \gamma_{PIB_{2010/2011}})(1 + \gamma_{PIB_{2009/2010}})PIB_{2009}$$

et ainsi de suite ...on en déduit que :

$$PIB_{2011} = PIB_{2006} \prod_{i=2007}^{i=2011} (1 + \gamma_{PIB_{i-1/i}})$$

en effectuant le calcul on retrouve bien le PIB_{2011} .

Question 3 : Le taux de croissance entre 2000 et 2011 est :

$$\gamma_{2000/2011} = \frac{PIB_{2011} - PIB_{2000}}{PIB_{2000}}$$

Ce que l'on nomme taux de croissance annuel moyen γ_{AM} entre les périodes n et $n + i$ est un taux tel que :

$$PIB_{n+i} = (1 + \gamma_{AM})^i PIB_n$$

donc :

$$PIB_{2011} = (1 + \gamma_{AM})^i PIB_{2000}$$

Or on sait que :

$$PIB_{2011} = (1 + \gamma_{2000/2011}) PIB_{2000}$$

soit :

$$(1 + \gamma_{2000/2011}) PIB_{2000} = (1 + \gamma_{AM})^i PIB_{2000}$$

soit simplement :

$$(1 + \gamma_{2000/2011}) = (1 + \gamma_{AM})^i$$

Finalement on trouve :

$$\gamma_{AM} = (1 + \gamma_{2000/2011})^{\frac{1}{i}} - 1$$

Application numérique :

$$\gamma_{2000/2011} = \frac{1801,6 - 1586,6}{1586,6} = 13,55\%$$

et donc :

$$\gamma_{AM} = (1 + 0,1355)^{\frac{1}{11}} - 1 = 1,16\%$$

L'interprétation est la suivante : Si la croissance avait été à taux constant en France entre 2000 et 2011 alors ce taux de croissance aurait été de 1,16%.

Correction exercice 2 :

Le but de cet exercice est de déterminer un lien entre un taux de croissance sur une longue période et de se ramener à un taux de croissance annuel moyen, puis de prendre déterminer le taux de croissance du PIB à partir du taux de croissance du PIB par tête et du taux de croissance de la population

Il faut remarquer que l'on a :

$$PIB_t = (PIB/h)_t POP_t$$

Donc

$$\frac{PIB_{t+1}}{PIB_t} = \frac{(PIB/h)_{t+1}}{P(PIB/h)_t} \frac{POP_{t+1}}{POP_t} \Leftrightarrow (1 + \gamma_{PIB}) = (1 + \gamma_{PIB/h}) (1 + \gamma_{POP})$$

En développant on obtient :

$$\gamma_{PIB} = \gamma_{PIB/h} + \gamma_{POP} + \gamma_{PIB/h} \times \gamma_{POP} \simeq \gamma_{PIB/h} + \gamma_{POP}$$

Comme $\gamma_{PIB/h} \times \gamma_{POP}$ tend vers 0 car les taux de croissance sont faibles donc le produit est très faible on en déduit :

$$\gamma_{PIB} \simeq \gamma_{PIB/h} + \gamma_{POP}$$

Attention si les taux de croissance sont élevés il ne faut pas négliger le produit des deux taux de croissance.

Dans l'exercice demandé on va déterminer le taux de croissance annuel moyen. Comme nous l'avons vu :

$$(1 + \gamma_{AM}^{PIB})^n = 1 + \gamma^{PIB} = \left(1 + \gamma_{t/t+n}^{PIB/h}\right) \left(1 + \gamma_{t/t+n}^{POP}\right) = \left(1 + \gamma_{AM}^{PIB/h}\right)^n \left(1 + \gamma_{AM}^{POP}\right)^n$$

En élevant de chaque côté à l'exposant $1/n$ on obtient finalement :

$$\left((1 + \gamma_{AM}^{PIB})^n\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\left(1 + \gamma_{AM}^{PIB/h}\right)^n \left(1 + \gamma_{AM}^{POP}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}$$

Soit :

$$1 + \gamma_{AM}^{PIB} = \left(1 + \gamma_{AM}^{PIB/h}\right) \left(1 + \gamma_{AM}^{POP}\right)$$

$$\gamma_{AM}^{PIB} \simeq \gamma_{AM}^{PIB/h} + \gamma_{AM}^{POP}$$

Attention cependant au résultat suivant :

$$1 + \gamma_{t/t+n}^{PIB} = \left(1 + \gamma_{t/t+n}^{PIB/h}\right) \left(1 + \gamma_{t/t+n}^{POP}\right)$$

$$\gamma_{t/t+n}^{PIB} = \gamma_{t/t+n}^{PIB/h} + \gamma_{t/t+n}^{POP} + \gamma_{t/t+n}^{PIB/h} \times \gamma_{t/t+n}^{POP}$$

Exemple d'application pour la période 0-1000 :

Taux de croissance de la population :

$$\gamma_{0/1000}^{POP} = \frac{268 - 225}{225} = 0,19 = 19\%$$

En mille ans la population a augmenté de 19%. Le taux de croissance annuel moyen de la population est tel que :

$$(1 + \gamma_{AM}^{POP})^{1000-0} = 1 + 0,19 = 1,19$$

$$(1 + \gamma_{AM}^{PIB/h}) = 1,19^{1/1000} = 1,00017$$

$$\gamma_{AM}^{PIB/h} = 1,00017 - 1 = -0,0007 \approx 0,017\%$$

L'augmentation annuelle moyenne de la population sur les mille ans est très faible.

Taux de croissance du PIB par habitant :

$$\gamma_{0/1000}^{PIB/h} = \frac{453 - 467}{453} = -0,031 = -3,1\%$$

Le taux de croissance annuel moyen du PIB par habitant est tel que :

$$(1 + \gamma_{AM}^{PIB/h})^{1000-0} = 1 - 0,031 = 0,969$$

$$(1 + \gamma_{AM}^{PIB/h}) = (1 - 0,031)^{1/1000} = 0,969^{1/1000} = 0,9999$$

$$\gamma_{AM}^{PIB/h} = 0,9999 - 1 = -0,0001 \approx 0$$

Taux de croissance du PIB total :

$$\gamma_{0/1000}^{PIB} = \frac{121 - 105}{105} = 0,1523 = 15,23\%$$

Le taux de croissance annuel moyen du PIB par habitant est tel que :

$$(1 + \gamma_{AM}^{PIB})^{1000-0} = 1 + 0,1523 = 1,1523$$

$$(1 + \gamma_{AM}^{PIB/h}) = 1,1523^{1/1000} = 1,0001$$

$$\gamma_{AM}^{PIB} = 1,0001 - 1 = 0,01\%$$

On retrouve bien les résultats :

$$\gamma_{0/1000}^{PIB} = \gamma_{0/1000}^{PIB/h} + \gamma_{0/1000}^{POP} + \gamma_{0/1000}^{PIB/h} \times \gamma_{0/1000}^{POP}$$

$$0,1523 \approx 0,031 + 0,19 - 0,031 \times 0,19$$

Résultat de l'exercice :

Date	Population (en millions)	PIB par tête (en \$ de 1990)	PIB total (en milliards de \$ de 1990)
0	225	467	105
1000	268	453	121
1500	438	566	247
1820	1041	666	694
2008	6694	7614	50900

TABLE 5 – Source : A. Maddison, The World Economy.

	Population (en millions)	PIB par tête (en \$ de 1990)	PIB total (en milliards de \$ de 1990)
$\gamma_{0/1000}$	19,11%	-3,00%	15,24%
$\gamma_{1000/1500}$	63,43%	24,94%	104,13%
$\gamma_{1500/1820}$	137,67%	17,67%	180,97%
$\gamma_{1820/2008}$	543,04%	1043,24%	7234,29%

TABLE 6 – Taux de croissance entre les périodes

Correction exercice 3 :

cet exercice a pour but de déterminer t à partir de l'expression des taux d'intérêt composés $x_{t+n} = x_t(1+i)^n$.

Question 1 :

On recherche t tel que :

$$PIB_{1990}^{Chine} (1 + \gamma_{AM}^{Chine})^t = PIB_{2008}^{USA}$$

$$6725(1 + 0,0711)^t = 31178$$

Soit :

$$(1 + \gamma_{AM}^{Chine})^t = \frac{PIB_{2008}^{USA}}{PIB_{1990}^{Chine}}$$

En prenant le logarithme on obtient :

$$t.Ln(1 + \gamma_{AM}^{Chine}) = Ln\left(\frac{PIB_{2008}^{USA}}{PIB_{1990}^{Chine}}\right)$$

	Population (en millions)	PIB par tête (en \$ de 1990)	PIB total (en milliards de \$ de 1990)
$\gamma_{0/1000}$	0,017%	-0,003%	0,014%
$\gamma_{1000/1500}$	0,049%	0,022%	0,071%
$\gamma_{1500/1820}$	0,087%	0,016%	0,103%
$\gamma_{1820/2008}$	0,186%	0,244%	0,430%

TABLE 7 – Taux de croissance annuel moyen entre les périodes

$$t = \frac{\text{Ln} \left(\frac{\text{PIB}_{2008}^{\text{USA}}}{\text{PIB}_{1990}^{\text{Chine}}} \right)}{\text{Ln} (1 + \gamma_{AM}^{\text{Chine}})}$$

Application numérique :

$$t = \frac{\text{Ln} \left(\frac{31178}{6725} \right)}{\text{Ln} (1 + 0,0711)} = 22,33 \text{ans}$$

Environ 23 ans après 2008 soit 2031...

Question 2 :

Quel sera le PIB de la France en 2031 si la France connaît un taux de croissance annuel moyen de 1,28% l'an.

$$\text{PIB}_{2031}^{\text{France}} = \text{PIB}_{2008}^{\text{France}} (1 + \gamma_{AM})^{23}$$

$$\text{PIB}_{2031}^{\text{France}} = 22223(1 + 0,0128)^{23} = 29774$$

Cela voudrait dire qu'en 2031 en France, le niveau de vie serait à peine celui des américains en 2008.

Question 3 :

Si la Zambie désire multiplier son PIB par 10 sur la période 2008-2030 (Soit 22 ans) :

$$\text{PIB}_{2030}^{\text{Zambie}} = 10 \cdot \text{PIB}_{2008}^{\text{Zambie}} = \text{PIB}_{2008}^{\text{Zambie}} (1 + \gamma_{AM}^{\text{Zambie}})^{22}$$

Donc on cherche γ_{AM} tel que :

$$10 = (1 + \gamma_{AM}^{\text{Zambie}})^{22}$$

soit :

$$\gamma_{AM}^{\text{Zambie}} = 10^{1/22} - 1 = 11,03\%$$

La Zambie devrait donc connaître un taux de croissance annuel moyen de 11,03% pour multiplier par 10 son PIB sur la période.

En se maintenant à 0,26% de croissance annuel la Zambie aura en 2030 un PIB de :

$$PIB_{2030}^{Zambie} = PIB_{2008}^{Zambie} (1 + 0,0026)^{22} = 847$$