TD n^o 4 de Macroéconomie
La fonction de production et l'intervention de l'État dans le modèle d'Harrod-Domar

Licence AES AGE,AGT,CAI, semestre 5

Faculté de Droit et des Sciences Économiques de Limoges

Exercice 1 :La fonction du production Keynésienne

Supposons un processus de production tel qu'il soit nécessaire pour produire une unité d'output d'associer une machine (une unité de capital) à deux travailleurs (deux unités de travail).

Question 1 : Écrire la fonction de production Keynésienne de court terme (en calant la valeur de v à 2,5).

Question 2 : Donner le niveau de production lorsqu'on dispose de 10 machines et 15 travailleurs. Qu'en pensez vous ?

Question 3 : Représentez graphiquement la fonction de production dans le plan $(K_t; L_t)$ les isoquantes $Y = 7,5$ ainsi que $Y = 15$.

Question 4 : Représentez graphiquement la fonction de production par tête dans le plan $(k_t; y_t)$.

Exercice 2 : Le modèle d'Harrod-Domar

Nous raisonnons dans le cadre du modèle d'Harrod-Domar. Cette fois nous supposons la présence de l'Etat qui a la possibilité de faire des dépenses publiques G_t. Ainsi, les équations qui décrivent le modèle sont :

$$\text{Fonction de production : } Y_t = Min\left(\frac{K_t}{v}; \frac{L_t}{u}\right)$$

$$\text{Fonction de consommation : } C_t = cY_t$$
$$\text{Égalité Emplois-ressources : } Y_t = C_t + I_t + G_t$$
$$\text{Accumulation du capital productif : } DK_t = I_t$$
$$\text{Fonction d'investissement : } I_t = \gamma^e K_t$$
$$\text{Taux de croissance de la population : } DL_t/L_t = n$$

Remarque : Nous n'avons plus l'égalité entre l'épargne et l'investissement. Tout ce passe comme si les investisseurs n'avaient pas de contrainte de trouver des fonds prétables qui sont constitués par l'épargne des agents.

Question 1 : En posant $g_t = G_t/L_t$ (dépenses publiques par tête), tracez le graphique du modèle en fonction du capital par tête. Que constatez vous ?

Question 2 : Comment se modifie ce graphique lorsque g_t change ($g_t < 0$, $g_t = 0$, $g_t > 0$? Interprétez.

Question 2 : Quel est la condition pour que l'on ait le plein emploi du travail ($1/u = k/v$) et du capital ($k_t = v/u$) et que l'offre soit égale à la demande ? En déduire g_t.

Question 3 : Commentez les résultats obtenus en particulier concernant le rôle de l'État.

Correction

Exercice 1

Question 1 : On sait que la fonction de production Keynésienne est :

$$Y_t = Min\left(\frac{K_t}{v}; \frac{L_t}{u}\right)$$

On nous dit que utiliser "correctement" le processus de production il faut 1 unité de capital et 2 unités de travail. Donc on peut associer K à 1 et L à 2. Il s'en suit que l'on a un rpport $K/L = 1/2$. Par ailleurs on sait théoriquement que la "bonne" utilisation du processus de se fait lorsque $K/L = v/u$ soit $1/2 = v/u$. Il est donc facile d'identifier v à 1 et u à 2.

Dans un soucis de "coller" aux faits empiriquement, on peut supposer que $v = 2,5$. Dans ce cas pour maintenant un rapport de 1/2 on doit caler u à la valeur 5.

Le processus de production est :

$$Y_t = Min\left(\frac{K_t}{2,5}; \frac{L_t}{5}\right)$$

Question 2 : Si l'on dispose de 15 unités de capital et de 15 unités de travail, la production est donnée par :

$$Y_t = Min\left(\frac{10}{2,5}; \frac{5}{5}\right) = Min(4; 3) = 3$$

La production est limitée par le manque de travailleurs. Comme on en a 15, ils utilisent 7,5 machines et donc 2,5 machines (unités de capital) ne produisent pas.

Question 3 : La "bonne" utilisation de la production consiste à avoir un rapport $K/L = 1/2$. ON exprime L en fonction de K et on obtient :

$$L_t = 2K_t$$

Cette droite caractérise un ensemble de facteurs de production $(K_t; L_t)$ qui fait qu'il n'y a ni sous utilisation de capital ni sous utilisation du travail (chômage).

Pour produire $Y = 7,5$ on doit résoudre :

$$7,5 = \frac{K}{2,5} = \frac{L}{5}$$

D'où on déduit :

$$K = 18,75 \qquad \text{et} \qquad L = 37,5$$

En faisant de même pour $Y = 15$

$$K = 37,5 \qquad \text{et} \qquad L = 75$$

représentation graphique :

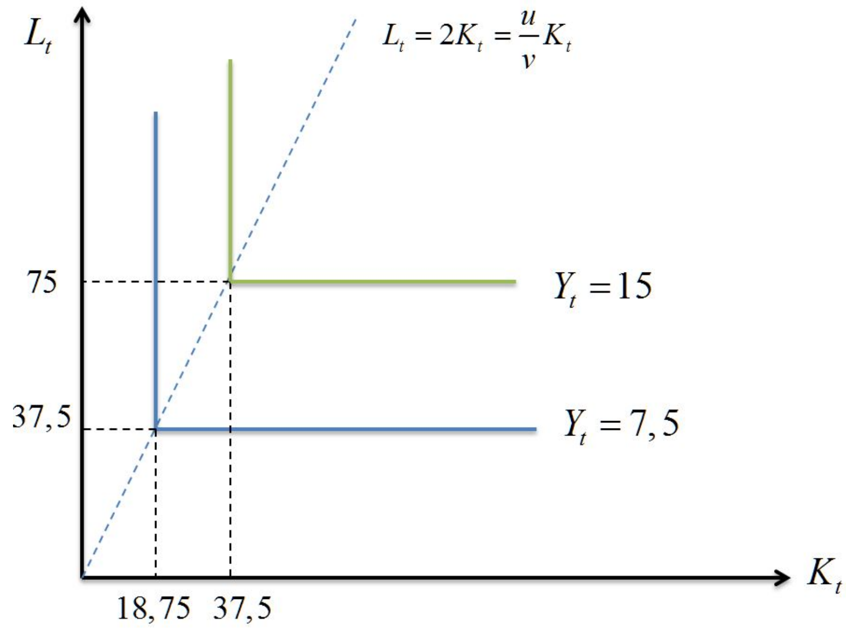

FIGURE 1 – Représentation des isoquantes

Exercice 2 :

On veut introduire les dépenses publiques dans le modèle d'Harrod-Domar et voir comment cela affecte les points tels que l'offre est égale à la demande.
L'offre par tête est :

$$y_t = \min\left(\frac{k_t}{v}; \frac{1}{u}\right)$$

La demande par tête est :

$$c.\min\left(\frac{k_t}{v}; \frac{1}{u}\right) + \gamma^e k_t + g_t$$

En égalisant l'offre par tête et la demande par tête, on obtient deux cas.

— Si $k_t < v/u$ l'égalité prend la forme :

$$\frac{k_t}{v} = c.\frac{k_t}{v} + \gamma^e k_t + g_t$$

En considérant que le taux d'épargne est tel que $s = 1 - c$, on peut extraire le taux de croissance anticipé γ^e :

$$\gamma^e = \frac{s}{v} - \frac{g_t}{k_t}$$

Lorsque k_t tend vers 0 γ^e tend vers $+\infty$ si $g_t < 0$ et vers $-\infty$ si $g_t > 0$. Enfin lorsque k_t tend vers v/u, γ^e tend vers $(s - u.g_t)/v$.

— Si $k_t > v/u$ l'égalité prend la forme :

$$\frac{1}{u} = c.\frac{1}{u} + \gamma^e k_t + g_t$$

En considérant que le taux d'épargne est tel que $s = 1 - c$, on peut extraire le taux de croissance anticipé γ^e :

$$\gamma^e = \frac{s - ug_t}{k_t g_t}$$

Lorsque k_t tend vers $+\infty$, γ^e tend vers 0 quelque soit la nature des dépenses publiques . Enfin lorsque k_t tend vers v/u, γ^e tend vers $(s - u.g_t)/v$.

On peut donc tracer le graphique suivant :

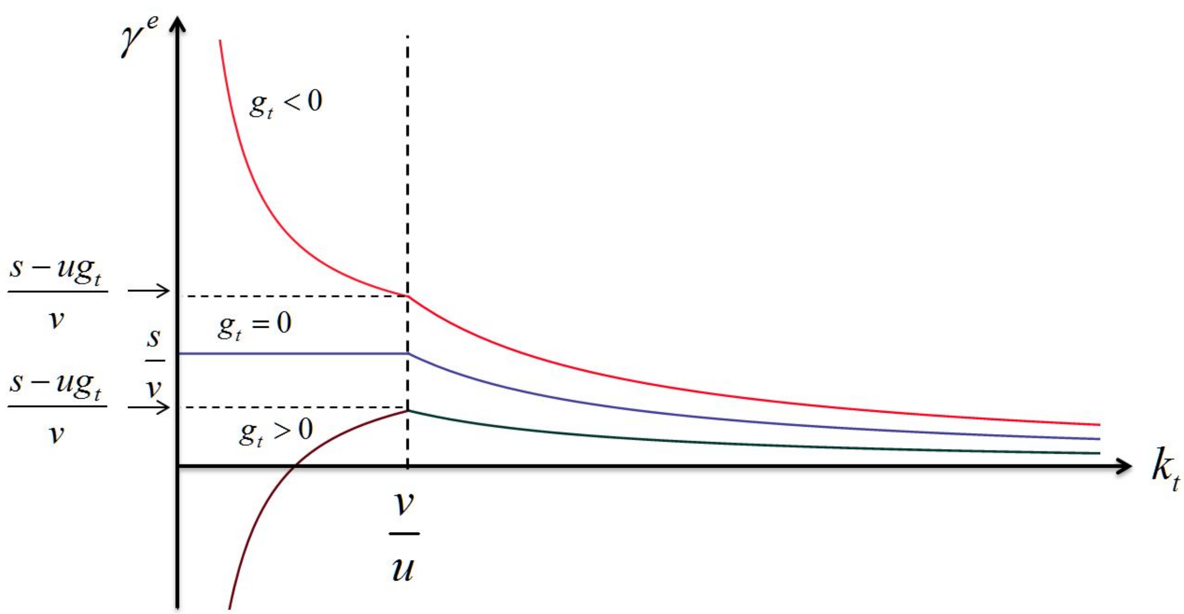

FIGURE 2 – Synthèse graphique

Interprétation des résultats obtenus :

— Le fait d'avoir des dépenses publiques positives permet "d'agrandir" la zone de chômage classique. En conséquence, même si l'économie se trouve dans une zone de chômage keynésien (voir dynamique dans le cours), les dépenses publiques permettent que l'économie ne soit pas vouée à la ruine. Les Keynésiens en déduisent le rôle centrale de l'État pour empêcher les crises économiques.

— Par ailleurs, on sait que l'équilibre entre l'offre et la demande dans le modèle sans dépense publique n'est possible que si $n = s/v$. Cette condition se traduit ici (comme on peut le voir graphiquement) par :

$$n = \frac{s - u.g_t}{v}$$

Pour que cet équilibre tienne, il faut que les dépenses publiques soient égales à :

$$g_t = \frac{s - n.v}{u}$$

que l'on peut avantageusement réécrire sous la forme proche de l'équation donnant l'aide nécessaire pour atteindre un taux de croissance dans le modèle de Domar :

$$g_t = v\left(\frac{s}{v} - \frac{n}{u}\right)$$

Je laisse ce dernier point à votre réflexion !