

Mathématique et Science Economique

Par Philippe Darreau

Conférences tout public "Fête de la Science"

semaine du 16 au 22 octobre 2000

Université de Limoges

Le sujet "mathématique et science économique" peut intéresser les étudiants qui s'appêtent à faire des études d'économie, peut intéresser les économistes qui se questionnent sur la méthode qu'ils utilisent, peut intéresser le grand public qui s'étonne du jargon scientifique de la science économique. Pour répondre à ces différentes attentes, je vais distinguer deux grandes questions.

L'une positive : y a t'il des maths en économie et pourquoi ?

L'autre normative : Faut-il des maths en économie, et y en a t'il trop ?

La question positive n'est pas mauvaise. Du point de vue de la démocratie, il est utile que les économistes expliquent publiquement ce qu'il font et disent pourquoi il y a tant de maths en économie, car en général le public est surpris de la formalisation de cette science, dont les journalistes, les partenaires sociaux, les chefs d'entreprises... , discutent dans des termes beaucoup plus compréhensibles.

La question normative est à mon avis une mauvaise question. La question normative pose un problème méthodologique : Comment faire de la bonne science ? A cet égard, faut-il des mathématiques pour faire de la bonne science économique ? Or une question est bonne quand elle correspond à un problème. Or je ne crois pas qu'il y ait un vrai problème méthodologique dans la mathématisation de l'économie. A la question y a t'il trop de maths, la réponse méthodologique est une réponse de Normand : des fois oui, des fois non.

Bien sûr, la question "y a t'il trop de maths ?", exprime souvent, un sentiment personnel selon son goût pour les maths, mais c'est là un problème psychologique et non un problème de méthodologie.

Mais tout le monde n'est pas d'accord avec le point de vue méthodologique que je viens de formuler, selon lequel il n'y a pas de problème avec les maths. Certains disent qu'il y a trop de Math en économie. Cette question normative est l'objet d'un débat en France à l'heure actuelle.

Je vais donc discuter des deux aspects

1) Normatif : Parce que le débat existe aujourd'hui, mais également parce que c'est un débat classique qui existe depuis une centaine d'années et une fois de plus, il est utile de montrer en quoi il est mal posé

2) Positif : Parce que du point de vue de la démocratie, il est utile de faire comprendre ce qu'est la science économique et pourquoi les mathématiques y sont indispensables.

3) Enfin il faudra dire en quoi les mathématiques peuvent nous aider à résoudre les problèmes futurs et quelles sont les limites à leur utilisation.

Mon propos aura trois parties 1) Le débat 2) Des exemples de l'utilité des maths 3) Faut t'il plus ou moins de maths en économie ?

1) Le débat

Un groupe d'étudiants de l'Ecole Normale Supérieure a lancé en mai-juin dernier une pétition pour dénoncer les excès de la modélisation mathématique dans l'enseignement de l'économie en France. Cette pétition, relayée par la grande presse (le monde, le nouvel économiste, l'humanité, l'express, les Echos...) et par internet, à recueilli les signatures des étudiants de Cachan, puis de Dauphine, elle circule actuellement dans les facultés françaises. De quoi s'agit t'il ? On trouve deux arguments dans cette pétition.

1) Une position idéologique : La pétition demande de "sortir du monde imaginaire de la théorie mathématique néoclassique", dénonce "la pensée unique et le dogmatisme", revendique le "pluralisme dans l'enseignement".

2) Un argument de méthode : La pétition condamne l'utilisation d'exercices, de modèles (où l'objectif est de trouver "le résultat logique par rapport aux hypothèses de départ"), le "couvert de scientificité" de l'enseignement. La pétition revendique "un retour aux faits", "un enseignement ayant rapport aux réalités concrètes" à "l'histoire des faits économiques, au fonctionnement des institutions", un enseignement qui cesse "d'être coupé des réalités du monde contemporain".

Dans ces mêmes termes, ce débat n'est pas neuf. Il existe depuis la création de la théorie néoclassique, depuis 120 ans, et les termes de ces critiques n'ont pas changés. En Allemagne, en 1883, ce que l'on appelle l'École Historique Allemande critiquait déjà Carl Menger, le représentant de la théorie néoclassique, dans les mêmes termes. Les membres de l'école historique allemande étaient des socialistes qui accusaient la théorie néoclassique d'être le support de l'idéologie capitaliste et libérale. Sur le plan de la méthode, les membres de l'école historique allemande dénonçaient les robinsonnades c'est à dire la démarche de modélisation consistant à partir d'hypothèses abstraites. Ils proposaient de "partir des faits", d'appréhender l'ensemble des phénomènes économiques dans leur globalité de réintroduire la dimension historique, institutionnelle, sociale, religieuse, politique des phénomènes économiques. En un mot ils critiquaient l'abstraction théorique et proposaient de bâtir l'économie sur des bases descriptive.

Ce débat a rebondi maintes fois depuis un siècle. L'école institutionnaliste américaine disait la même chose dans les années 50, puis l'école marxiste (60), puis celle de la régulation (70), puis l'école des conventions (80)... Toutes ces critiques externes de la théorie économique reprennent ces deux arguments 1) La théorie néoclassique est une pseudo science qui camoufle sous un jargon mathématique une idéologie libérale 2) la bonne méthode n'est pas de partir d'hypothèses abstraites dont on déduit par le raisonnement mathématique des prédictions mais la bonne méthode est de partir des faits.

Ces deux propositions, sont fausses.

1) Il est clair que mathématiques ne contiennent aucune idéologie, les mathématiques ne sont pas capitalistes... De même, la théorie économique, la Science Economique, est évidemment neutre sur le plan idéologique. Bien sûr, les interprétations qu'en font les gens peuvent être politiques, mais c'est une autre affaire. De même, les théories peuvent être utilisées en pratique pour guider les politiques économiques. On verra que les conclusions du modèle néoclassique peuvent être interprétées dans une optique tout à fait "socialiste".

2) On sait, depuis 1934 avec Karl Popper, que la bonne méthode pour faire de la science est de faire des hypothèses, puis de déduire logiquement (mathématiquement) des conclusions à partir de ces hypothèses, puis de tenter à l'aide des faits de réfuter ces théories pour les améliorer progressivement.

Sur le plan de la méthode de la science économique, les deux arguments avancés ne sont pas valables.

En ce qui concerne l'enseignement je ne vois pas pourquoi il y aurait des différences entre l'enseignement des sciences physiques et des sciences économiques. Les physiciens ont le même rapport que les économistes avec les "réalités du monde contemporain" lorsqu'ils enseignent la théorie physique. Chez eux comme chez nous les maths sont la garantie de la rigueur du raisonnement, sans plus. Chez eux comme chez nous, les théories sont testées.

Il est vrai que les sciences naturelles font une plus large part à l'expérimentation, mais il est amusant de constater que dans l'enseignement de la physique à l'université, la part de l'expérimentation, n'est pas plus importante que la part que l'on consacre aux faits historiques et aux tests des théories économiques.

Cela n'empêche pas que la mathématisation a quelques limites, on abordera cela par la suite, mais le débat engagé une fois de plus, par ces étudiants contestataires, est fondé sur deux mauvais arguments. Je donnerais plus loin un bon argument.

2) A quoi servent les maths en économie ?

Les mathématiques servent à résoudre des problèmes. Quels sont les problèmes économiques ? Ce sont des problèmes de choix, de coordination des choix, d'interdépendance des phénomènes, et des problèmes de stratégies.

Calcul stratégique et théorie des jeux. La première mathématisation de la science économique est due à COURNOT "recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses" (1838). Cournot envisage la concurrence entre deux entreprises qui luttent pour se partager le marché. Chaque entreprise agit en fonction de l'action de l'autre. C'est un cas de figure classique de nombreuses situations de jeux. Quand on joue aux échecs, on réagit aux coups de l'adversaire. Il existe une branche des mathématiques, la théorie des jeux qui formalise les stratégies. La théorie économique de la concurrence imparfaite utilise ces modèles pour par exemple montrer, que le jeu à l'intérieur du cartel de l'OPEP doit tôt ou tard conduire à une baisse du prix du pétrole.

L'interdépendance et le calcul matriciel : Considérons un problème de gestion d'une entreprise ou d'un secteur voire d'une nation comme l'a envisagé Leontief. On veut produire une certaine quantité de biens pour les consommer, mais pour les produire, on doit utiliser ces mêmes biens comme consommation intermédiaire. Combien doit on en produire ?

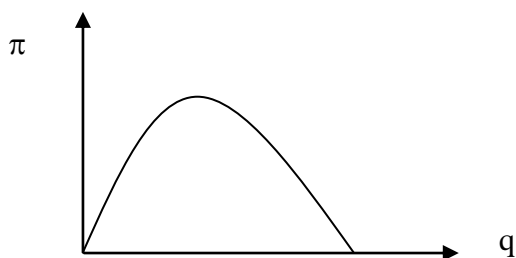
Pour produire des voitures on utilise certaines quantités de fer, électricité, plastique, travail, ordinateurs, mais aussi des voitures etc... Pour produire de l'électricité, on utilise certaines quantités de fer, plastique, travail, ordinateurs, voitures mais aussi de l'électricité etc... On a donc des productions brutes, des consommations intermédiaires, des productions nettes qui doivent satisfaire les consommations finales.

Un problème très concret, est de savoir étant donné le vecteur des consommations finales quel est le vecteur des productions brutes que l'on doit réaliser, étant donné la matrice des échanges interindustriels, ou des coefficients techniques. On est face à un système d'équations linéaires... (si ce n'est pas le cas on peut les linéariser) qui a autant d'équations que de biens. Problème très compliqué. La façon la plus simple de le résoudre est de passer par le calcul matriciel. Il suffira alors d'inverser une matrice.

Les choix et le calcul d'optimisation :

Les techniques d'optimisation s'appliquent à des problèmes économiques très nombreux et très divers. On va en envisager certains.

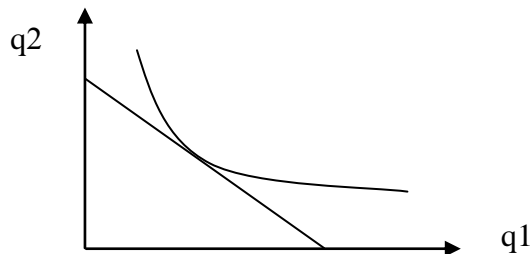
On considère une entreprise qui doit décider quelle quantité produire et vendre. Bien sûr la vente engendre des recettes, mais la production engendre des coûts. Ces coûts peuvent être très divers et très difficile à mesurer, mais une chose est sûre c'est qu'ils croissent de plus en plus avec la quantité produite, c'est du moins une hypothèse de base. Le profit, la différence entre les recettes et les coûts, doit donc tôt ou tard baisser avec q et donc avoir la forme suivante.



Dans un premier temps le profit augmente avec les ventes supplémentaires, puis tôt ou tard il doit diminuer. La quantité produite et vendue sera celle qui maximise le profit. Pour trouver le maximum de cette courbe il suffit de calculer la dérivée de la fonction. Puisque les mathématiques nous disent qu'au maximum le dérivée (la pente) est nulle.

On remarque que ce raisonnement marche sous une hypothèse : celle de la convexité de la courbe. Cette hypothèse mathématique (la convexité) correspond à une réalité "que les coûts croissent de plus en plus avec la quantité produite" c'est la fameuse hypothèse de rendements décroissants.

C'est la même chose pour les choix de consommation.



On suppose que les préférences du consommateur entre les biens 1 et 2 sont convexes. La quantité choisie est celle qui maximise l'utilité. Pour trouver le maximum il suffit de calculer la dérivée de la fonction.

Là encore ce raisonnement marche sous l'hypothèse mathématique de convexité. Qui correspond à une hypothèse empirique sur le goût pour la diversité.

Ces deux exemples nous montrent deux choses : 1) l'utilité du calcul différentiel pour expliquer les choix. 2) Le fait que les maths permettent de comprendre dans quelle mesure notre explication est dépendante d'hypothèses. Ici l'hypothèse de convexité.

L'interdépendance et le Théorème d'existence de l'équilibre général concurrentiel

Un problème très abstrait de la science économique est de savoir si tous ces choix des producteurs des consommateurs sont cohérents les uns avec les autres. Si pour tous les biens les offres seront égales aux demandes ? Qu'est ce qui coordonne les millions de décisions économiques ? Dans une société de fourmis les zoologues disent que ce sont les instincts. Les économistes disent que les prix sont capables de fournir l'information suffisante pour coordonner les décisions. En fait les économistes prouvent que cela est théoriquement possible. Ils énoncent à grand renfort de mathématiques un théorème d'existence d'un tel équilibre. C'est ce théorème néoclassique que les contestataires jugent très idéologique. En effet on pourrait faire dire à ce théorème que la concurrence capitaliste conduit à un équilibre. De plus il existe un autre théorème qui ajoute que cet équilibre, non seulement existe, mais en plus est la meilleure situation que l'économie peut atteindre !!!! Il est optimal.

Quel est l'intérêt de ces résultats mathématiques ? J'en vois plusieurs

1) Marx avait soulevé un problème inquiétant en disant que le capitalisme était instable, courrait à sa perte, n'avait pas d'équilibre stable, qu'il existait une meilleure organisation que la concurrence. C'est une vraie question intéressante et angoissante. Le théorème d'existence et 1^{er} théorème de l'économie du bien être, répondent à ce problème. **Sous certaines hypothèses** (de convexité et d'autres... une bonne 20aine...) on peut montrer que l'affirmation de Marx est fautive. Il **existe** un équilibre, de plus il est **stable** et enfin il est **optimal**. Le marché concurrentiel fonctionne et fonctionne bien. Comprenons nous bien : Je ne dis pas que c'est comme ça dans la réalité, je dis qu'en théorie c'est démontrable sous certaines hypothèses.

2) Le deuxième intérêt tient dans les mots "**Sous certaines hypothèses**" L'analyse mathématique permet seule de voir comment le résultat dépend des hypothèses. Que ce passe t'il si on relâche ces hypothèses ? Et bien on peut alors montrer que ça ne marche plus. Or ces 20 hypothèses sont toutes plus ou moins contredites par la réalité. Si on les remplace par des hypothèses plus réalistes, les mathématiques permettent de montrer que l'équilibre concurrentiel **n'existe pas** (si les rendements sont croissants par exemple...), ou qu'il n'est **pas stable**, ou qu'il n'est **pas optimal**. Il y a des défaillances au marché concurrentiel.

3) L'analyse mathématique permet d'identifier l'origine des défaillances du marché. L'explication de la pollution, du chômage, des crises financières..., se trouve dans les réalités qui contredisent les hypothèses du modèle de départ. Seule l'analyse axiomatique peut révéler rigoureusement cela. Lorsqu'on a identifié la réalité responsable de la défaillance, on a trouvé

la cause du mal. On peut alors faire des recommandations de politique économique sur des bases scientifiques, et non plus sur un vague pressentiment comme le faisait Marx.

Vous voyez que la théorie économique mathématique ne conduit à aucune idéologie particulière. Vous voyez qu'elle débouche sur l'analyse des "réalités du monde contemporain". Vous voyez que comme les sciences physiques elle peut déboucher sur l'action.

3) Faut t'il plus ou moins de maths en économie ?

Si l'objectif est de faire plaisir aux étudiants la réponse est "moins". Si l'objectif est de résoudre des problèmes d'optimisation dynamique plus sophistiqués, la réponse est "plus". L'objectif, normatif, que l'on doit maintenant envisager sérieusement, est de faire de la "bonne science économique". Là on ne peut faire qu'une réponse de normand "des fois plus des fois moins".

Je vais expliquer que la question de savoir s'il faut plus ou moins de maths pour faire de la bonne science économique est une mauvaise question parce qu'il n'y a pas de réponse.

Qu'est ce que de la bonne science ? Qu'est ce que la science ?

Le but de la science est de découvrir des explications satisfaisantes de tout ce qui nous étonne et paraît exiger une explication. Pourquoi les pommes tombent ? Comment les millions de décisions économiques sont coordonnées ? Pourquoi il y a du chômage alors que des besoins ne sont pas satisfaits ? La science veut expliquer les faits. Mais quel rapport entretient elle avec les faits ?

Le problème est de dire ce qu'est une explication satisfaisante. Réponse : c'est une explication vraie, qui corresponde aux faits. Malheureusement on ne peut pas être sûr de la vérité de nos théories. En toute logique on ne peut pas courir l'univers pour apporter toutes les preuves de la vérité d'une théorie. La seule chose que peuvent nous apporter les faits c'est la possibilité de réfuter nos théories. On peut trouver un fait qui réfute une théorie, mais on ne pourra jamais observer tous les faits pour prouver nos théories.

C'est le philosophe Karl POPPER qui a défini la science en 1934. "**La science est ce corps de propositions relatives au monde réel qui peuvent au moins en principe être réfutées par des observations empiriques**".

La **seule** prescription possible pour faire de la bonne science est "soyez critique" Critiquez par tous les moyens : critiquez logiquement en montrant des fautes de raisonnement, et dans les sciences critiquez empiriquement, en apportant des contre exemples.

Dans les sciences naturelles la critique empirique se fait souvent par l'expérimentation en laboratoire. En science économique, la critique empirique se fait par l'économétrie. **L'économétrie, c'est l'ensemble des techniques mathématiques, qui permettent de faire parler les statistiques 1) afin de tester les théories économiques 2) afin de prévoir sur des bases théoriques et empiriques.** La technique de base est celle de l'ajustement linéaire par la technique des moindres carrés.

Exemple : une théorie prévoit une liaison linéaire ou affine entre deux variables (La théorie Keynésienne a pour hypothèse une liaison affine, entre le revenu et la consommation, ... hypothèse centrale pour expliquer le chômage keynésien). Les statistiques donnent un nuage de points pour ces deux variables. L'économétrie permet d'ajuster une droite dans le nuage de points, et de tester l'hypothèse d'identité entre la droite réelle et la droite prévue par

la théorie. Après guerre les tests on permis de réfuter l'hypothèse de base Keynésienne. Les étudiants de première année découvrent alors que Duesenberry en 1949, Friedman en 1957, Modigliani en 1963 ont amélioré l'hypothèse de base. Cela grâce à l'économétrie qui est la méthode par laquelle les économistes testent leurs modèles.

Dans les années 70, on avait une telle confiance dans ces techniques que les responsables de la politique économique pensaient faire un "fine tuning" de la conjoncture économique. Il ne faut pas se méprendre, ces techniques peuvent sans doute permettre de tester les théories, moins bien de faire de la prédiction, ou alors en restant **prudent**. La science économique n'aura jamais la précision des sciences de la nature, les modèles économiques ont des difficultés à prévoir quantitativement, parce que l'économie est insérée dans un contexte historique, politique, social... et que ces facteurs causent des chocs exogènes sur les variables économiques. Mais ce sont ces chocs exogènes qui posent des problèmes pour prévoir, beaucoup moins qu'une quelconque insuffisance de la théorie.

Reprenons notre question : faut t'il plus de maths pour faire de la bonne science économique, sachant que la **seule** bonne méthode scientifique est de critiquer ? Je dis bien la **seule** prescription possible.

L'économétrie est une grosse utilisatrice de math, alors pour mieux critiquer empiriquement on peut conclure qu'il faut **plus** de techniques mathématiques. Un danger est cependant que la profession des économètres se détache de celle des économistes. On assiste actuellement à la prolifération de méthodes économétriques élaborées sur des bases purement empiriques. Pour parler avec une image ; on met toutes les statistiques dans l'ordinateur et on regarde quelles corrélations ressortent. Cette technique ne cherche plus à tester les théories, mais revendique une démarche purement empirique. Le danger est de construire l'économie sur des a priori subjectifs et d'oublier les gardes fous imposés par la théorie économique. Peut être qu'en ce sens il faudrait **moins** de techniques mathématiques non contrôlées par la théorie.

Y à t'il d'autres critères pour faire de la bonne science ? Les maths sont-ils un critère ?

On vient de donner **Le** critère d'une théorie scientifique : qu'elle soit réfutable. Y a t'il d'autres critères ? Les théories scientifiques ont d'autres caractéristiques : la simplicité, la cohérence, l'universalité, la fertilité, les mathématiques... est ce que se sont des critères à ajouter ?

NON, car tous ces critères sont **réductibles** à celui de la réfutation.

Une théorie doit être **cohérente**. Certes, mais parce que une théorie incohérente est irréfutable. S'il est nécessaire qu'une théorie soit cohérente c'est parce qu'on ne peut réfuter empiriquement que des choses cohérentes, qui ne prévoient qu'une chose, et non une chose et son contraire.

Une théorie doit être **générale**. Certes, mais c'est parce que plus elle universelle plus elle a d'implications empiriques, et donc plus elle est réfutable.

Une théorie doit être **simple**. C'est le principe du rasoir d'occam. Entre deux théories qui expliquent la même chose on doit préférer la plus simple. Certes, mais c'est parce que les théories simples sont plus faciles à critiquer que les théories compliquées.

Alors est ce qu'une théorie **doit être mathématique** ? Pour répondre à cette question de bonne méthode, il faut donc se demander si les mathématiques permettent de mieux critiquer. La réponse est des fois oui des fois non. Mais il n'y a pas de réponse générale.

Dans certains cas, pour critiquer, il faut plus de maths : Dans certains cas, on l'a vu, la mathématisation permet de mieux critiquer les théories parce qu'on y voit plus clair dans les

implications des hypothèses. Dans la mesure où les mathématiques sont un gage de **cohérence** et offrent un **langage universel** elles doivent permettre que le débat critique se réalise en toute clarté. Les liaisons entre variables interdépendantes doivent être démêlées par les maths, avant d'être testées par l'économétrie.

Dans quels cas, faut-il moins de maths ? : Dans certains cas, la modélisation mathématique conduit à construire des situations types tellement **abstraites** qu'elles ne correspondent plus à des problèmes économiques réels. C'est des fois le cas en microéconomie. (il y a plus de critique économétrique en macroéconomie qu'en microéconomie). La microéconomie cherche plus à expliquer des situations types qu'à expliquer des problèmes d'actualité. En soit ce n'est pas un problème. Le problème arrive lorsqu'on ne peut faire aucune critique empirique aux théories microéconomiques. Si le problème visé dans le débat est celui ci alors je veux bien conclure qu'il faut moins de maths en économie. **Si l'économie veut rester une science empirique, elle doit avoir le souci de toujours prêter le flan à la critique empirique. Lorsque les mathématiques protègent de la critique empirique elles sont à bannir.**

Le prix Nobel d'économie 2000 à été attribué à James Heckman et Daniel McFadden pour leur travaux en micro-économétrie. Leurs apports consistent dans le fait qu'ils ont développé la critique empirique des théories microéconomiques et rendu opérationnelle la théorie en montrant par l'économétrie comment les choses se passent dans la réalité. Ils montrent par exemple le faible effet des indemnités chômagees sur la durée du chômage.

Il n'y a pas de recette précise pour faire de la science, la seule règle méthodologique à appliquer, **c'est d'être critique.** Toutes les tentatives pour dire ce que les scientifiques devraient faire afin de faire progresser la science économique sont futiles. Il est futile de prescrire qu'il faut plus ou moins de maths en économie.

Conclusion

L'avenir nous réserve des problèmes économiques difficiles à résoudre.

- 1) L'inégalité des conditions de vie dans le monde va s'accroître dans la période immédiate (disons durant 50 ans) et la richesse des uns va de plus en plus dépendre de la richesse des autres. Comment se fera le partage de la richesse ?
- 2) La dégradation de l'environnement et l'épuisement des ressources naturelles va imposer de nouvelles contraintes sur l'activité économique. L'activité économique va connaître de nouvelles interdépendances avec la nature.
- 3) Les systèmes économiques modernes ont conduit aux développements des marchés. L'intérêt est de rendre la mécanique économique plus fluide et de diversifier les choix des agents. Mais l'inconvénient est d'accroître le risque de système, ou l'existence de bulles spéculatives, c'est à dire le risque que le système soit moins maîtrisable.

Les mathématiques peuvent être d'un grand secours pour résoudre ces problèmes.

- 1) Il s'agira souvent de mieux comprendre des ensembles complexes d'interdépendances. Les mathématiques sont l'outil capable des démêler ces interdépendances, et de quantifier les effets contradictoires.
- 2) Il s'agira de mieux tester les hypothèses et les relations entre données statistiques. Les anciennes relations mais aussi les nouvelles que l'émergence des nouveaux problèmes fera apparaître.

Voilà les vrais problèmes que les économistes étudient utilement. Quelques économistes, se complaisent à construire des élucubrations mathématiques qui semblent sans utilité immédiate. Mais dans la profession, leur nombre n'est pas excessif et il est bien difficile de dire si leurs recherches sont inutiles.