Scénarios d'enseignement et de formation s'appuyant sur la notion de cycle de modélisation

Stéphane Vinatier
stephane.vinatier@unilim.fr

Université et IREM de Limoges

12 juin 2024

Université de Limoges

Programme

Modélisation mathématique

Dans les programmes

Travail dans le groupe IREM

Sommaire

Modélisation mathématique

Dans les programmes

Travail dans le groupe IREM

Une notion très large...

- intra- *ou* extra- mathématique
- « approche standard dominante » *ou* RME / ETM
- traduction *ou* organisation
- comprendre le monde réel *ou* les mathématiques
- partir de tâches simples *ou* complexes

Une notion très large...

- intra- *ou* extra- mathématique
- « approche standard dominante » *ou* RME / ETM
- traduction *ou* organisation
- comprendre le monde réel *ou* les mathématiques
- partir de tâches simples *ou* complexes

Une notion très large...

- intra- *ou* extra- mathématique
- « approche standard dominante » *ou* RME / ETM
- traduction *ou* organisation
- comprendre le monde réel *ou* les mathématiques
- partir de tâches simples *ou* complexes

Une notion très large...

- intra- *ou* extra- mathématique
- « approche standard dominante » *ou* RME / ETM
- traduction *ou* organisation
- comprendre le monde réel *ou* les mathématiques
- partir de tâches simples *ou* complexes

Une notion très large...

- intra- *ou* extra- mathématique
- « approche standard dominante » *ou* RME / ETM
- traduction *ou* organisation
- comprendre le monde réel *et* les mathématiques
- partir de tâches simples *ou* complexes

Une notion très large...

- intra- *ou* extra- mathématique
- « approche standard dominante » *ou* RME / ETM
- traduction *ou* organisation
- comprendre le monde réel *et* les mathématiques
- partir de tâches simples *ou* complexes

Cycle de modélisation de Blum et Leiss (2005)

(ou « *approche standard dominante* »)

Cycle de modélisation de Blum et Leiss (2005)

(ou *« approche standard dominante »*)

Un cadre pour gérer les relations entre le *monde réel* et les mathématiques

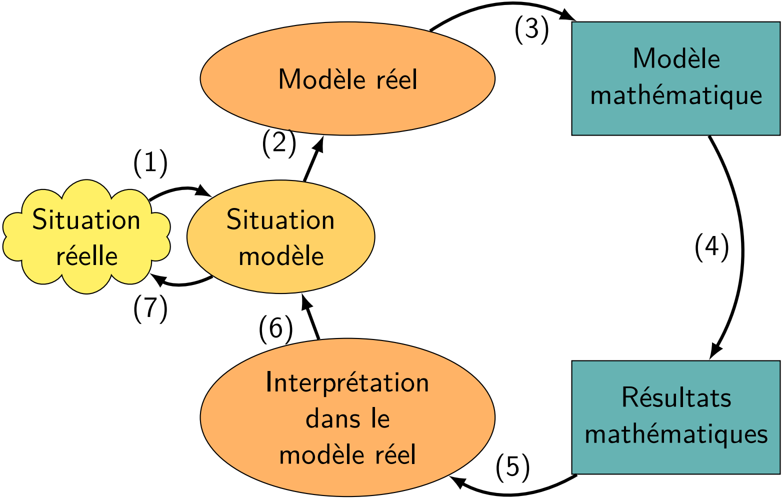
Cycle de modélisation de Blum et Leiss (2005)

(ou « *approche standard dominante* »)

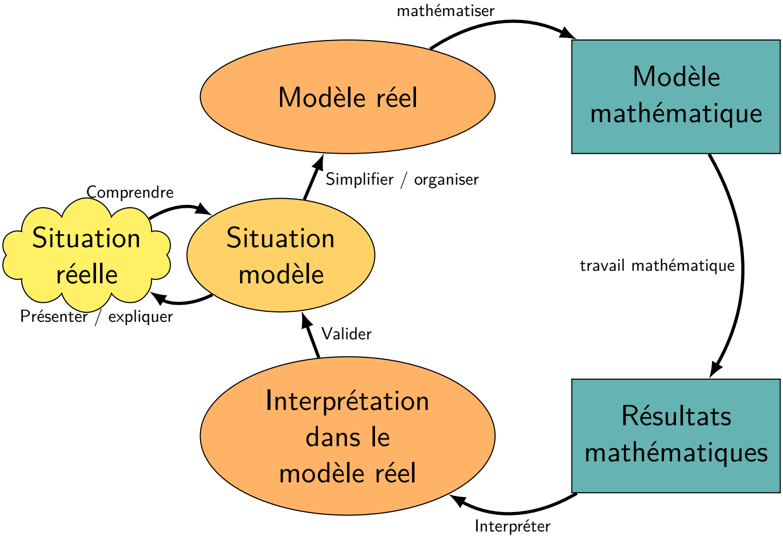
Un cadre pour gérer les relations entre le *monde réel* et les mathématiques

Résumé par le schéma suivant :

Cycle de modélisation de Blum et Leiss (2005)



Cycle de modélisation de Blum et Leiss (2005)



Sommaire

Modélisation mathématique

Dans les programmes

Travail dans le groupe IREM

La compétence « modéliser »

Elle fait partie des 6 compétences majeures dont le développement est visé dans l'enseignement des mathématiques, à tous les cycles du primaire et du secondaire, les autres étant :

La compétence « modéliser »

Elle fait partie des 6 compétences majeures dont le développement est visé dans l'enseignement des mathématiques, à tous les cycles du primaire et du secondaire, les autres étant :

chercher, représenter, calculer, raisonner et communiquer

La compétence « modéliser »

- au cycle 3 – limitée : *« utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne »*

La compétence « modéliser »

- au cycle 3 – limitée
- au cycle 4 – développée dans le préambule : *« traduire en langage mathématique une situation réelle (...) valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu »*

La compétence « modéliser »

- au cycle 3 – limitée
- au cycle 4 – développée dans le préambule, peu présente dans les contenus

La compétence « modéliser »

- au cycle 3 – limitée
- au cycle 4 – développée dans le préambule, peu présente dans les contenus
- en 2e – un peu développée dans la partie *Statistiques et probabilités* : *« on distingue nettement le modèle probabiliste abstrait et la situation réelle »*

La compétence « modéliser »

- au cycle 3 – limitée
- au cycle 4 – développée dans le préambule, peu présente dans les contenus
- en 2^{e} – un peu développée dans la partie *Statistiques et probabilités*
- en 1re (spécialité) – assez discrète : *« Modéliser un phénomène discret à croissance linéaire par une suite arithmétique, un phénomène discret à croissance exponentielle par une suite géométrique », « Comme en seconde, on distingue nettement modèle et réalité. Ainsi, une hypothèse d'indépendance fait partie d'un modèle ».*

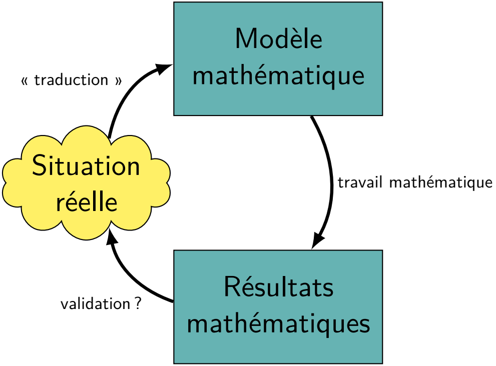
Au cycle 4

On peut interpréter la présentation de la compétence « Modéliser » comme s'inscrivant dans un cycle de modélisation simplifié :

Partant d'une question en dehors du monde mathématique, la traduire en un problème mathématique	« traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques) »
Résoudre ce problème avec les outils mathématiques appropriés	« reconnaître un modèle mathématique (...) et raisonner dans le cadre de ce modèle pour résoudre un problème »
Retraduire la solution mathématique en termes de la situation dont le problème est issu et estimer la pertinence de la réponse	« valider ou invalider un modèle »

Au cycle 4

On peut interpréter la présentation de la compétence « Modéliser » comme s'inscrivant dans un cycle de modélisation simplifié :



Des obstacles à la mise en œuvre

- peu d'apparitions de la modélisation dans les *contenus* du programme de cycle 4

Des obstacles à la mise en œuvre

- peu d'apparitions de la modélisation dans les *contenus* du programme de cycle 4
- aucune indication de mise en œuvre, ni de mention du cycle de Blum et Leiss, dans le programme ...

Des obstacles à la mise en œuvre

- peu d'apparitions de la modélisation dans les *contenus* du programme de cycle 4
- aucune indication de mise en œuvre, ni de mention du cycle de Blum et Leiss, dans le programme ...
- ... ni dans le document d'accompagnement ...

Des obstacles à la mise en œuvre

- peu d'apparitions de la modélisation dans les *contenus* du programme de cycle 4
- aucune indication de mise en œuvre, ni de mention du cycle de Blum et Leiss, dans le programme ...
- ... ni dans le document d'accompagnement ...
- ... qui de plus insiste sur la difficulté de mise en œuvre ...

Des obstacles à la mise en œuvre

- peu d'apparitions de la modélisation dans les *contenus* du programme de cycle 4
- aucune indication de mise en œuvre, ni de mention du cycle de Blum et Leiss, dans le programme ...
- ... ni dans le document d'accompagnement ...
- ... qui de plus insiste sur la difficulté de mise en œuvre ...
- ... et mélange modélisation intra et extra-mathématique dans les références

Des obstacles à la mise en œuvre

- peu d'apparitions de la modélisation dans les *contenus* du programme de cycle 4
- aucune indication de mise en œuvre, ni de mention du cycle de Blum et Leiss, dans le programme ...
- ... ni dans le document d'accompagnement ...
- ... qui de plus insiste sur la difficulté de mise en œuvre ...
- ... et mélange modélisation intra et extra-mathématique dans les références
- concurrence du Thème *Grandeurs et mesures*

Sommaire

Modélisation mathématique

Dans les programmes

Travail dans le groupe IREM

Le groupe de Brive (la Gaillarde)

est un groupe de l'IREM de Limoges composé de :

- Jessica Barrière, collège Cabanis à Brive-la-Gaillarde
- Christophe Clavier, université de Limoges
- Stéphanie Lhez, université de Limoges
- Guillaume Vergne, collège Jean Moulin à Brive-la-Gaillarde
- Stéphane Vinatier, université de Limoges

Le groupe de Brive (la Gaillarde)

est un groupe de l'IREM de Limoges composé de :

- Jessica Barrière, collège Cabanis à Brive-la-Gaillarde
- Christophe Clavier, université de Limoges
- Stéphanie Lhez, université de Limoges
- Guillaume Vergne, collège Jean Moulin à Brive-la-Gaillarde
- Stéphane Vinatier, université de Limoges

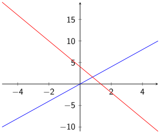
et qui a travaillé sur les thèmes :

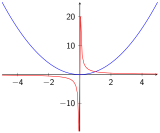
— initiation au raisonnement mathématique (2019-23)

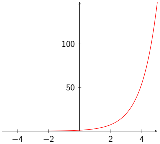
— modélisation (au cycle 4) depuis cette année.

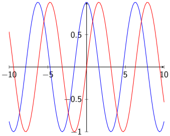
Approche par les modèles

Le groupe s'est d'abord focalisé sur la recension de modèles mathématiques pouvant être utiles à la modélisation, sous forme d'un répertoire de graphes de fonctions :



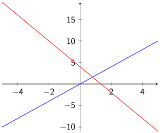
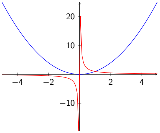
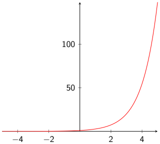
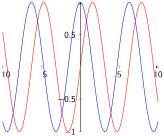


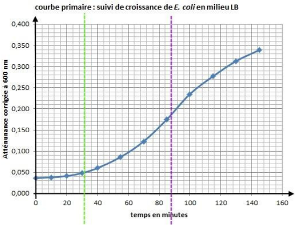




Approche par les modèles

Le groupe s'est d'abord focalisé sur la recension de modèles mathématiques pouvant être utiles à la modélisation, sous forme d'un répertoire de graphes de fonctions :



Chercher la frontière

La réflexion a continué sur la recherche des limites du monde mathématique et du *monde réel*. D'après Blum (2002) :

> *By real world we mean everything that has to do with nature, society or culture, including everyday life as well as school and university subjects or scientific and scholarly disciplines different from mathematics.*

Chercher la frontière

La réflexion a continué sur la recherche des limites du monde mathématique et du *monde réel*. D'après Blum (2002) :

> *By real world we mean everything that has to do with nature, society or culture, including everyday life as well as school and university subjects or scientific and scholarly disciplines different from mathematics.*

Nous retenons que le monde réel est le *complémentaire* du monde mathématique.

Chercher la frontière

La réflexion a continué sur la recherche des limites du monde mathématique et du *monde réel*. D'après Blum (2002) :

> *By real world we mean everything that has to do with nature, society or culture, including everyday life as well as school and university subjects or scientific and scholarly disciplines different from mathematics.*

Nous retenons que le monde réel est le *complémentaire* du monde mathématique.

Question

Qu'est-ce que le monde mathématique ?

Chercher les notions mathématiques dans les phrases suivantes :

Le terrain de football est rectangulaire.

Les arbres sont alignés le long de l'allée.

La croissance peut-elle être exponentielle ?

Les deux pommes sont appétissantes.

Un objet plat de forme triangulaire, dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm a-t-il un angle droit ?

Chercher les notions mathématiques dans les phrases suivantes :

Le terrain de football est rectangulaire.

Les arbres sont alignés le long de l'allée.

La croissance peut-elle être exponentielle ?

Les deux pommes sont appétissantes.

Un objet plat de forme triangulaire, dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm a-t-il un angle droit ?

Chercher les notions mathématiques dans les phrases suivantes :

Le terrain de football est rectangulaire.

Les arbres sont alignés le long de l'allée.

La croissance peut-elle être exponentielle ?

Les deux pommes sont appétissantes.

Un objet plat de forme triangulaire, dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm a-t-il un angle droit ?

Chercher les notions mathématiques dans les phrases suivantes :

Le terrain de football est rectangulaire.

Les arbres sont alignés le long de l'allée.

La croissance peut-elle être exponentielle ?

Les deux pommes sont appétissantes.

Un objet plat de forme triangulaire, dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm a-t-il un angle droit ?

Chercher les notions mathématiques dans les phrases suivantes :

Le terrain de football est rectangulaire.

Les arbres sont alignés le long de l'allée.

La croissance peut-elle être exponentielle ?

Les deux pommes sont appétissantes.

Un objet plat de forme triangulaire, dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm a-t-il un angle droit ?

Chercher les notions mathématiques dans les phrases suivantes :

Le terrain de football est rectangulaire.

Les arbres sont alignés le long de l'allée.

La croissance peut-elle être exponentielle ?

Les deux pommes sont appétissantes.

Un objet plat de forme triangulaire, dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm a-t-il un angle droit ?

Chercher la frontière

- Les liens entre mathématiques et monde réel sont partout !

Chercher la frontière

- Les liens entre mathématiques et monde réel sont partout !
- y compris dans les situations les plus simples

Chercher la frontière

- Les liens entre mathématiques et monde réel sont partout !
- y compris dans les situations les plus simples

Conséquence

On peut envisager l'*initiation à la modélisation* à partir de situations très simples

en particulier pour rendre *explicite* l'utilisation (fréquente) de modèles.

Chercher la frontière

- Les liens entre mathématiques et monde réel sont partout !
- y compris dans les situations les plus simples

Conséquence

On peut envisager l'*initiation à la modélisation* à partir de situations très simples

en particulier pour rendre *explicite* l'utilisation (fréquente) de modèles.

Exemple

J'achète des pommes à 2 euros le kg

Expliciter l'existence d'un modèle

Exemple

J'achète des pommes à 2 euros le kg

Expliciter l'existence d'un modèle

Exemple

J'achète des pommes à 2 euros le kg

en travaillant sur les *limites* du modèle : combien coûtent

- 1 kg de pommes ?
- 10 kg de pommes ?
- 100 kg de pommes ?
- 10 g de pommes ?

Expliciter l'existence d'un modèle

Exemple

J'achète des pommes à 2 euros le kg

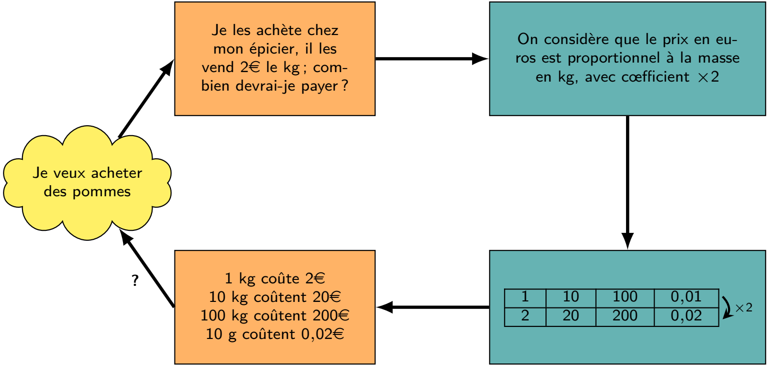
en travaillant sur les *limites* du modèle : combien coûtent

- 1 kg de pommes ?
- 10 kg de pommes ?
- 100 kg de pommes ?
- 10 g de pommes ?

On décrit ainsi un *domaine de validité* du modèle utilisé, ce qui met en évidence son existence !

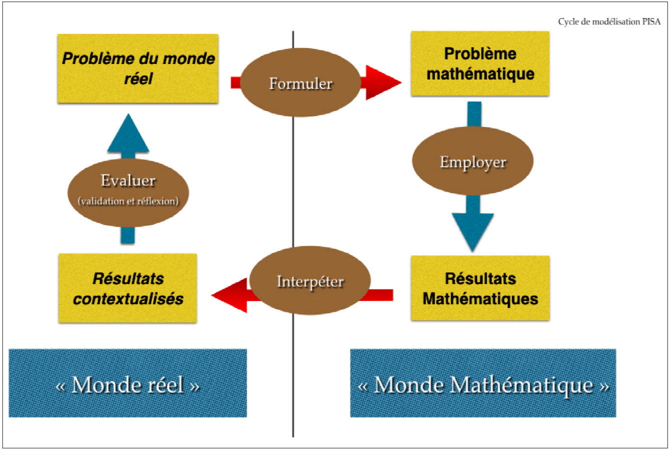
Un cycle de modélisation simplifié

Une fois l'existence du modèle avéré, on met en place un procédé permettant d'expliciter son utilisation.



Un cycle de modélisation simplifié

... proche de celui mis en avant par PISA :



Références I

[Art+09] M. Artigue et al. "Modélisation et interactions entre mathématiques et biologie : l'expérience du Master professionnel « Didactique » à l'université Paris-Diderot -Paris 7". In : *Approches plurielles en didactique des mathématiques*. Sous la dir. d'Ouvrier-Buffet C. et Perrin-Glorian M.J. 2009, p. 277-293.

[Blu+02] Werner Blum et al. "ICMI Study 14 : Applications and modelling in mathematics education – Discussion document". In : *Educational Studies in Mathematics* 51 (2002), p. 149-171. url : https://doi.org/10.1023/A:1022435827400.

Références II

[BL06] Werner Blum et Dominik Leiss. "Filling up - The problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks". In : *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (2005)*. Sous la dir. de Marianna Bosch. Europeans research in mathematics education 4. United Kingdom : CERME, 2006, p. 1623-1633.

[Kuz22] Alain Kuzniak. *Enseigner la modélisation mathématique pour enseigner les mathématiques : une dynamique problématique*. Séminaire de l'IREM de Paris. 16 mars 2022. URL : https://video.irem.univ-paris-diderot.fr/w/sGUYR3ZyQeiv4FpBGa3EGq.

Références III

[KV11] Alain Kuzniak et Laurent Vivier, éd. *La modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Mise en perspective critique*. Cahiers du Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) 3. Paris : IREM de Paris 7 - université Denis Diderot, 2011.

[16] "Modéliser". In : *Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques au cycle 4*. Eduscol, mars 2016. URL : https://eduscol.education.fr/document/17218/download.

[23] *Rencontres autour de la compétence Modéliser*. Mai 2023. URL : https://irem.univ-poitiers.fr/colloque2023/programme.html.