Analyse vectorielle : exercices

Exercice I

Soient $\phi(x, y, z)$ une fonction scalaire et $\vec{A}(x,y,z)$ et $\vec{B}(x,y,z)$ deux fonctions vectorielles de composantes respectives ($A_x(x, y, z)$, $A_y(x, y, z)$, $A_z(x, y, z)$) et ($B_x(x, y, z)$, $B_y(x, y, z)$, $B_z(x, y, z)$). Montrer que :

$$\overrightarrow{rot}\left(\phi\vec{A}\right) = \overrightarrow{grad}\phi \wedge \vec{A} + \phi\,\overrightarrow{rot}\vec{A}$$

$$\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{rot}\,\vec{A} = \overrightarrow{grad}\,div\,\vec{A} - \Delta\,\vec{A}$$

$$div\left(\vec{A} \wedge \vec{B}\right) = \vec{B}\,\overrightarrow{rot}\,\vec{A} - \vec{A}\,\overrightarrow{rot}\,\vec{B}$$

Exercice II

Soit un champ de vectoriel :

$$\vec{A}\,(x,y,z,t) = \overrightarrow{A_0}\,e^{j(\omega t - \vec{k}\,.\,\vec{r})}$$

Où le vecteur d'onde $\vec{k}$ a pour composantes (k_x, k_y, k_z) le vecteur $\vec{r}$ a pour composantes (x, y, z) et le vecteur constant indépendant de x, y, z et t $\overrightarrow{A_0}$ (A_{0x}, A_{0y}, A_{0z}).

Montrer que :

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{A} = -j\,\vec{k} \wedge \vec{A}$$

$$div\,\vec{A} = -j\,\vec{k}\,.\vec{A}$$