# Electromagnétisme : Introduction

Valérie MADRANGEAS
Tél : 05 55 45 72 54
Mail: valerie.madrangeas@xlim.fr

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

# Introduction

Un **champ** est une grandeur physique qui prend une valeur différente en tout point de l'espace (exemple : la température est un champ scalaire)

**Champ électromagnétique** = champ électrique $\vec{E}$ + champ magnétique $\vec{H}$

$\vec{E}(x, y, z, t)$ $\vec{H}(x, y, z, t)$ (dans un repère cartésien)

En régime variable, les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ ne peuvent exister indépendamment l'un de l'autre

Le champ électromagnétique satisfait les 4 équations de Maxwell :

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{E}(\mathrm{x,y,z,t}) = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}(x,y,z,t)$$

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{H}(\mathrm{x,y,z,t}) = \vec{J}(x,y,z,t) + \frac{\partial}{\partial t}\vec{D}(x,y,z,t)$$

$$div\,\vec{D}(\mathrm{x,y,z,t}) = \rho(x,y,z,t)$$

$$div\,\vec{B}(\mathrm{x,y,z,t}) = 0$$

Les distributions de charge $\rho(x, y, z, t)$ et de courant $\vec{j}(x, y, z, t)$ vont créer le champ électromagnétique

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

# Introduction

Pour simplifier les calculs intervenant sur les fonctions gradient, divergence, rotationnel ➔ introduction d'un opérateur différentiel = opérateur Nabla ($\vec{\nabla}$)

Dans un repère cartésien :

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\overrightarrow{e_x} + \frac{\partial}{\partial y}\overrightarrow{e_y} + \frac{\partial}{\partial z}\overrightarrow{e_z}$$

$\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}$ vecteurs unitaires

$$\overrightarrow{grad}\, f(x,y,z,t) = \vec{\nabla}\, f(x,y,z,t)$$

$$\Delta\, f(x,y,z,t) = (\vec{\nabla}.\vec{\nabla})f(x,y,z,t)$$

$$div\, \vec{A}(x,y,z,t) = \vec{\nabla}\,.\vec{A}(x,y,z,t)$$

Produit scalaire

$$\overrightarrow{rot}\, \vec{A}(x,y,z,t) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(x,y,z,t)$$

Produit vectoriel

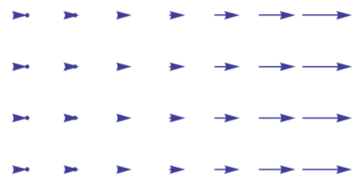
$$\overrightarrow{\Delta A}(x,y,z,t) = (\vec{\nabla}.\vec{\nabla})\,.\vec{A}(x,y,z,t)$$

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

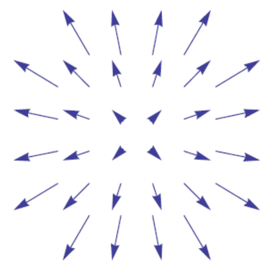
# Introduction

Maxwell avait une vision très géométrique de l'électromagnétisme et a introduit les opérateurs différentiels à partir de représentation picturales des lignes de champ

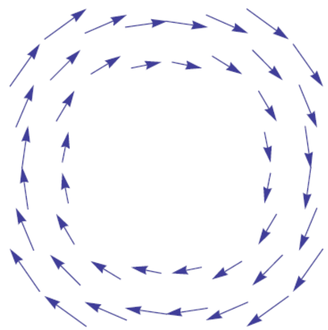
Le **gradient est une pente** : $\vec{\nabla}(scalaire) = vecteur$
➔ *Caractérise de quelle façon une grandeur physique varie dans l'espace*



La **divergence** : $\vec{\nabla}.(vecteur) = scalaire$
➔ *Exprime la tendance du champ vectoriel à fluer localement hors d'un petit volume entourant un point*



Le **rotationnel** : $\vec{\nabla}\wedge(vecteur) = vecteur$
➔ *Exprime la tendance qu'ont les lignes d'un champ vectoriel à tourner autour d'un point*



Le **laplacien** : $\vec{\nabla}.\vec{\nabla}(scalaire) = \nabla^2(scalaire) = scalaire$

$\vec{\nabla}.\vec{\nabla}(vecteur) = vecteur$

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

# Introduction

$\vec{E}$ : champ électrique

$\vec{H}$ : champ magnétique

$\vec{D}$ : induction électrique

$\vec{B}$ : induction magnétique

## Relations constitutives

$$\vec{D}(x,y,z,t) = \varepsilon\,\vec{E}(x,y,z,t)$$
$$\vec{B}(x,y,z,t) = \mu\,\vec{H}(x,y,z,t)$$
$$\vec{J}(x,y,z,t) = \sigma\,\vec{E}(x,y,z,t)$$

Avec
$$\varepsilon = \varepsilon_0\,\varepsilon_r$$
$$\mu = \mu_0\,\mu_r$$

$\varepsilon$ : permittivité absolue du milieu (F/m)
$\mu$ : perméabilité absolue du milieu (H/m)
$\varepsilon_r$ : permittivité relative du milieu
$\mu_r$ : perméabilité relative du milieu
$\sigma$ : conductivité du milieu S/m

Diélectrique ➔ $\sigma = 0$
Conducteur électrique parfait ➔ $\sigma \to \infty$

$\varepsilon_0$ : permittivité absolue du vide (F/m)
$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\,\pi.10^9}\;F/m$$

$\mu_0$ : perméabilité absolue du vide (H/m)
$$\mu_0 = 4.\pi\;10^{-7}\;H/m$$

C : célérité de la lumière dans le vide
$$C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3.10^8\;m/s$$

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

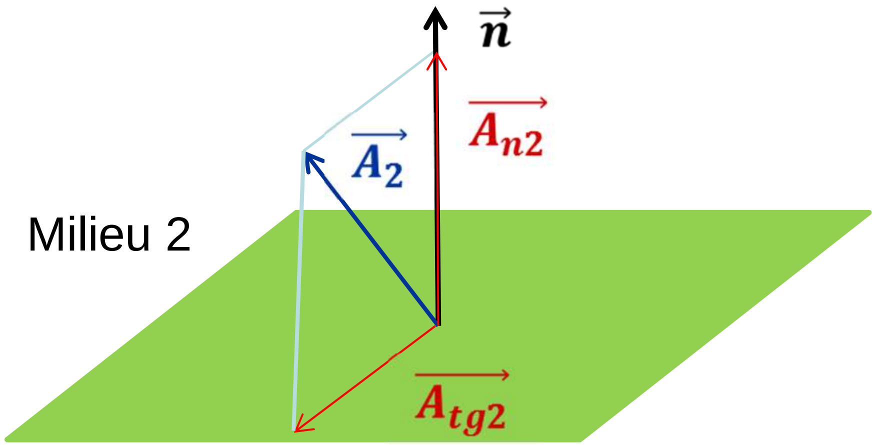
# Conditions aux limites à l'interface de deux milieux

## Cas général :

A l'interface des deux milieux :

$$\overrightarrow{E_{tg2}} = \overrightarrow{E_{tg1}}$$
$$\overrightarrow{H_{tg2}} - \overrightarrow{H_{tg1}} = \vec{J_s} \times \overrightarrow{n_{1\to2}}$$

Avec : $\vec{J_s}$ : densité superficielle de courant
$\overrightarrow{n_{1\to2}}$ : normale orienté du milieu 1 vers le milieu 2

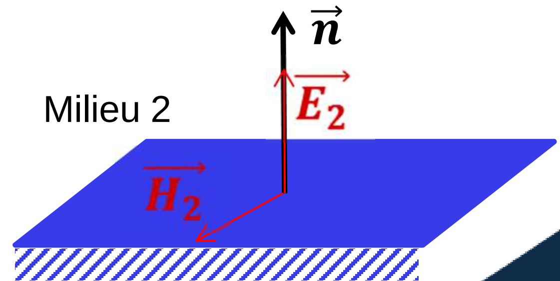



## Conditions aux limites sur un conducteur parfait $\sigma \to \infty$ :

Dans un conducteur parfait ➔ vide électromagnétique $\vec{E} = \vec{0}$ et $\vec{H} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{E_{tg2}} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{H_{tg2}} = \vec{J_s} \times \overrightarrow{n_{1\to2}}$$

$\vec{E_2}$ est normal et $\vec{H_2}$ est tangentiel




Milieu 1 : conducteur parfait
$\sigma \to \infty$

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

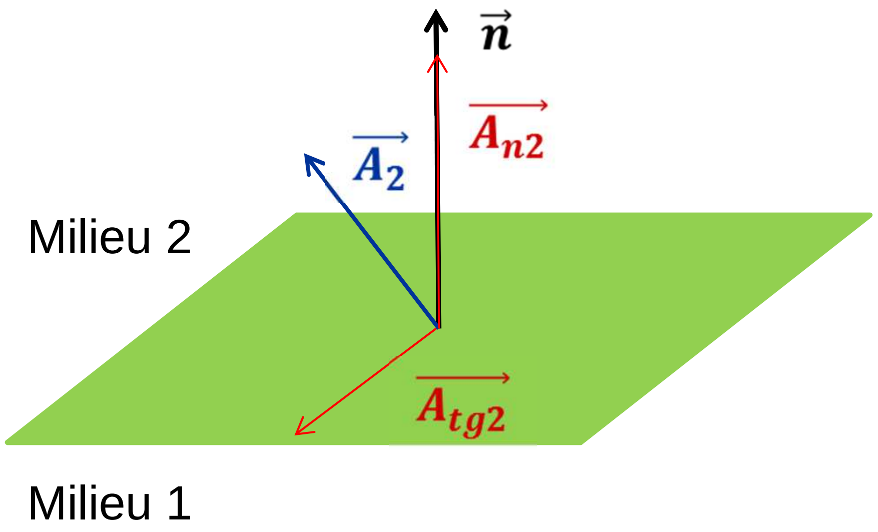
# Conditions aux limites à l'interface de deux milieux

## Conditions aux limites à l'interface de deux milieux dépourvue de charge et de courant superficiel :

$$\overrightarrow{J_s} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{E_{tg2}} = \overrightarrow{E_{tg1}}$$
$$\overrightarrow{H_{tg2}} = \overrightarrow{H_{tg1}}$$

Cas à l'interface entre deux milieux diélectriques




ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES