

Les quadripôles

- Définitions
- Caractéristiques internes
- Associations de quadripôles
- Caractéristiques externes
- Fonctions de transfert
- Notion d'adaptation
- Diagramme de Bode

ensil

ÉCOLE NATIONALE
SUPÉRIEURE
D'INGÉNIEURS
DE LIMOGES

Définitions



Boîte munie de deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie

- ❑ Possibilité de décomposer un circuit électronique complexe en un ensemble de quadripôles
- ❑ Etude facilitée par l'usage du calcul matriciel

Quadripôles passifs : le réseau ne comporte aucune source d'énergie

Quadripôles actifs : le réseau comporte des sources de tension ou/et courant

Définitions

Un quadripôle est dit **linéaire** s'il existe une relation linéaire entre V_1 , V_2 , I_1 et I_2 ⁽¹⁾

Un quadripôle est dit **symétrique** s'il présente le même aspect vu de l'entrée et vu de la sortie

Un quadripôle est dit **réciproque** si une source de tension placée en entrée conduit à un courant I_2 égal au courant I_1 obtenu lorsque la source de tension est placée en sortie

Un quadripôle est **unilatéral** si la tension ou courant d'entrée ne dépend pas des paramètres de sortie

⁽¹⁾ V_1 , V_2 , I_1 et I_2 amplitudes complexes associées à $v_1(t)$, $v_2(t)$, $i_1(t)$ et $i_2(t)$



Caractéristiques internes d'un quadripôle

➔ Paramètres qui relient les grandeurs d'entrée V_1, I_1 et les grandeurs de sortie V_2, I_2

Matrice impédance $[Z]$

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad [Z] = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}$$

Q symétrique $\rightarrow Z_{11} = Z_{22}$

Q unilatéral $\rightarrow Z_{12} = 0$

Q réciproque $\rightarrow Z_{12} = Z_{21}$

Matrice admittance $[Y]$

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases} \quad [Y] = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}$$

Q symétrique $\rightarrow Y_{11} = Y_{22}$

Q unilatéral $\rightarrow Y_{12} = 0$

Q réciproque $\rightarrow Y_{12} = Y_{21}$

$[Y] = [Z]^{-1}$

Caractéristiques internes d'un quadripôle

Matrice chaîne [a]

$$\begin{cases} I_1 = a_{11}V_2 - a_{12}I_2 \\ V_1 = a_{21}V_2 - a_{22}I_2 \end{cases}$$

$$[a] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

Q symétrique $\rightarrow a_{11} = a_{22}$

Q unilatéral $\rightarrow \det[a] = 0$

Q réciproque $\rightarrow \det[a] = 1$

Matrice hybride [h]

$$\begin{cases} V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{cases}$$

$$[h] = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix}$$

Q symétrique $\rightarrow \det[h] = 1$

Q unilatéral $\rightarrow h_{12} = 0$

Q réciproque $\rightarrow h_{12} = -h_{21}$

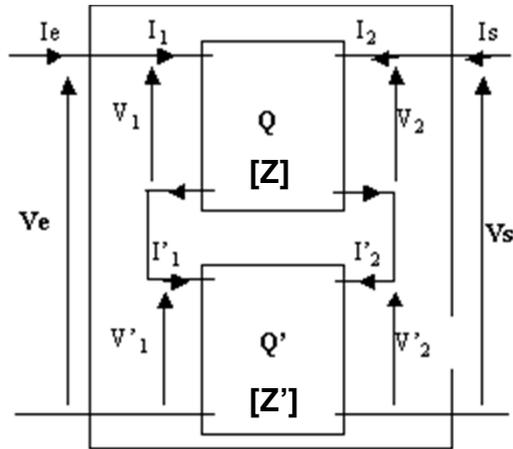
\rightarrow Application transistor bipolaire

Relations entre les diverses représentations matricielles des quadripôles

M A T R I C E	[z]	[Y]	[h]	[a]	[g]
[z]	$\begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{\Delta Y} \begin{vmatrix} Y_{22} & -Y_{12} \\ -Y_{21} & Y_{11} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{h_{22}} \begin{vmatrix} \Delta h & h_{12} \\ -h_{21} & 1 \end{vmatrix}$	$\frac{1}{a_{21}} \begin{vmatrix} a_{11} & \Delta a \\ 1 & a_{22} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{g_{11}} \begin{vmatrix} 1 & -g_{12} \\ g_{21} & \Delta g \end{vmatrix}$
[Y]	$\frac{1}{\Delta Z} \begin{vmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{h_{11}} \begin{vmatrix} 1 & -h_{12} \\ h_{21} & \Delta h \end{vmatrix}$	$\frac{1}{a_{12}} \begin{vmatrix} a_{22} & -\Delta a \\ -1 & a_{11} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{g_{22}} \begin{vmatrix} \Delta g & g_{12} \\ -g_{21} & 1 \end{vmatrix}$
[h]	$\frac{1}{z_{22}} \begin{vmatrix} \Delta z & z_{12} \\ -z_{21} & 1 \end{vmatrix}$	$\frac{1}{Y_{11}} \begin{vmatrix} 1 & -Y_{12} \\ Y_{21} & \Delta Y \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{a_{22}} \begin{vmatrix} a_{12} & \Delta a \\ -1 & a_{21} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{\Delta g} \begin{vmatrix} g_{22} & -g_{12} \\ -g_{21} & g_{11} \end{vmatrix}$
[a]	$\frac{1}{z_{21}} \begin{vmatrix} z_{11} & \Delta z \\ 1 & z_{22} \end{vmatrix}$	$\frac{-1}{Y_{21}} \begin{vmatrix} Y_{22} & 1 \\ \Delta Y & Y_{11} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{h_{21}} \begin{vmatrix} -\Delta h & -h_{11} \\ -h_{22} & -1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{g_{21}} \begin{vmatrix} 1 & g_{22} \\ g_{11} & \Delta g \end{vmatrix}$
[g]	$\frac{1}{z_{11}} \begin{vmatrix} 1 & -z_{12} \\ z_{21} & \Delta z \end{vmatrix}$	$\frac{1}{Y_{22}} \begin{vmatrix} \Delta Y & Y_{12} \\ -Y_{21} & 1 \end{vmatrix}$	$\frac{1}{\Delta h} \begin{vmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{21} & h_{11} \end{vmatrix}$	$\frac{1}{a_{11}} \begin{vmatrix} a_{21} & -\Delta a \\ 1 & a_{12} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix}$

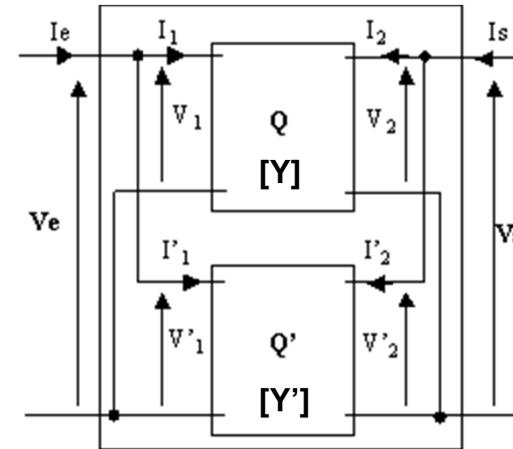
Associations de quadripôles

Association série



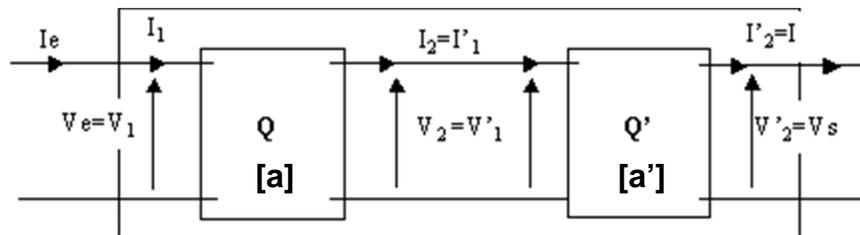
$$[Z_{eq}] = [Z] + [Z']$$

Association parallèle



$$[Y_{eq}] = [Y] + [Y']$$

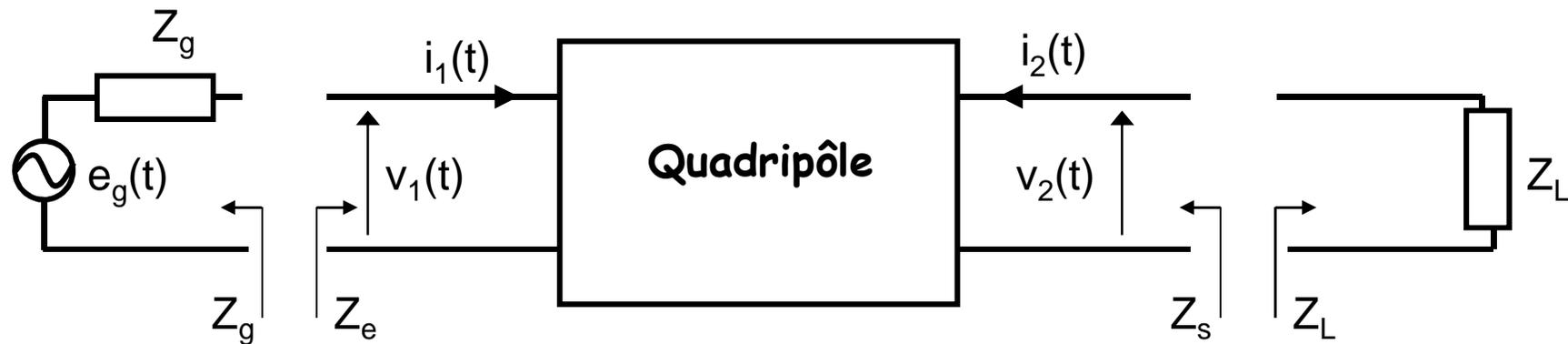
Association en chaîne ou en cascade



$$[a_{eq}] = [a] \cdot [a']$$

(très utilisée)

Caractéristiques externes d'un quadripôle



Impédance d'entrée du quadripôle chargé par Z_L

$$Z_e = \frac{V_1}{I_1}$$

Impédance de sortie du quadripôle alimenté par un générateur d'impédance interne Z_g

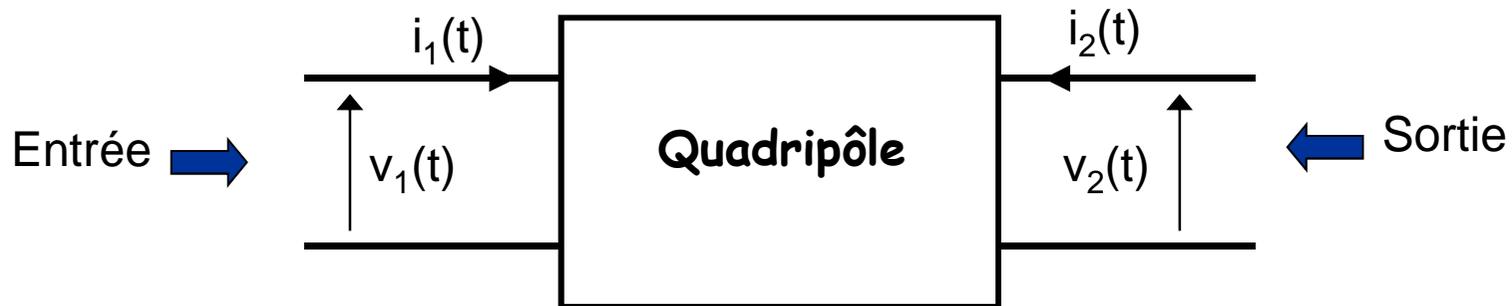
$$Z_s = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{e_g(t)=0}$$

Le modèle de Thévenin équivalent à la sortie du quadripôle comporte un générateur de tension en série avec une impédance Z_s . Cette dernière est l'impédance de sortie du quadripôle.

Fonctions de transfert

La fonction de transfert en régime sinusoïdal permanent est le quotient d'une grandeur de sortie et d'une grandeur d'entrée du quadripôle.

La nature des grandeurs d'entrée et de sortie définit le type de fonction de transfert ou de gain du quadripôle



Gain en tension

$$G_v = \frac{V_2}{V_1}$$

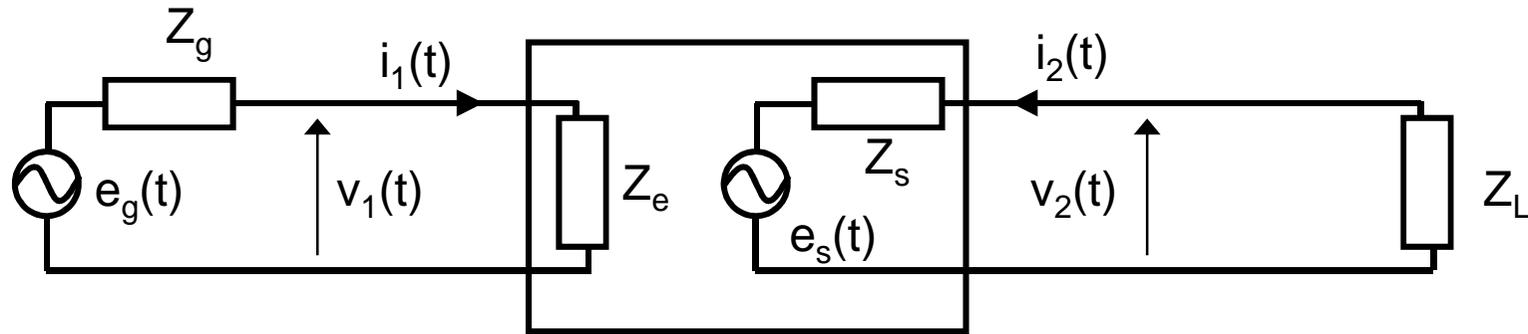
Gain en courant

$$G_I = -\frac{I_2}{I_1}$$

Gain en puissance

$$G_p = -\frac{1/2 \Re(V_2 I_2^*)}{1/2 \Re(V_1 I_1^*)}$$

Adaptation en tension ou en courant ou en puissance d'un quadripôle chargé



Quadripôle adapté en tension

en entrée $\rightarrow |Z_e| \gg |Z_g|$

en sortie $\rightarrow |Z_s| \ll |Z_L|$

Quadripôle adapté en courant

en entrée $\rightarrow |Z_e| \ll |Z_g|$

en sortie $\rightarrow |Z_s| \gg |Z_L|$

Quadripôle adapté en puissance

en entrée $\rightarrow Z_e = Z_g^*$

en sortie $\rightarrow Z_s = Z_L^*$

Représentation graphique des fonctions de transfert : Diagramme de Bode

□ 2 graphiques :

$|T(j\omega)|_{dB}$ en fonction de $\log(\omega)$

$\text{Arg}[T(j\omega)]$ en fonction de $\log(\omega)$

$$|T(j\omega)|_{dB} = 20 \log|T(j\omega)|$$

$$|T(j\omega)|_{dB} = 10 \log|T(j\omega)|$$

pour les tensions et courants

pour les puissances

